$$A \stackrel{?}{=} B$$

$$A = \sum_{i=1}^{n} i \cdot n = n \boxed{\sum_{i=1}^{n} i} = n \cdot \overbrace{\boxed{\frac{n(n+1)}{2}}}^{S}$$

$$\sum_{i=2}^{45} 1 = \underbrace{\underset{2}{1} + \underset{3}{1} + \underset{4}{1} + \dots + \underset{45}{1}}_{44} = \sum_{i=0}^{43} 1$$

$$S = \sum_{i=1}^{n} i = n \cdot \frac{n+1}{2}$$

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + n-1 + n$$
$$S = n + n-1 + n-2 + \dots + 2 + 1$$

$$2S = \underbrace{n+1 + n+1 + n+1 + \dots + n+1 \quad n+1}_{n(n+1)}$$

$$S = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Code python:

```
S = 0
i = 2
while i < 46 :
      S += 1
      i += 1
```

1.1.11 a)

Résultats: Le produit de trois nombres consécutifs est toujours un multiple de 3.

Le nombre $\boxed{\frac{n^5}{5} + \frac{n^3}{3} + \frac{7n}{15} \in \mathbb{N}.}$

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} x^{n-i} y^i$$

preuves par récurrence sur n

$$\sum_{i=0}^{n} (i+1) \xrightarrow{\text{changement de variable}} \sum_{i=1}^{n+1} i$$

$1+2+3+\dots+n+1$

$(n-1)\,n\,(n+1)$ $\qquad$ $n\,(n+1)(n+2)$

$\mathbb{Z}_3 = \{0;1;2\}$

$k \equiv 0 \bmod 3 \Leftrightarrow 3 \mid k$

		$n-1$	n	$n+1$
mod3	a)	0	1	2
	b)	1	2	0
	c)	2	0	1

Prop: $n(n+1)(n+2)$ est multiple de 3 $\quad \forall n \in \mathbb{N}$

preuve: $\boxed{n=0}$ $n(n+1)(n+2) = 0 = 3\cdot 0$ $(3|0)$

$\boxed{n \checkmark \Rightarrow (n+1) \checkmark}$

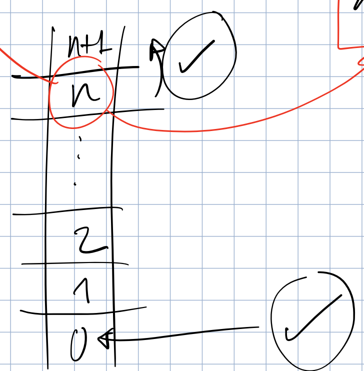
Acquis : $\boxed{n(n+1)(n+2) = 3k \quad k\in\mathbb{N}}$

« les n+1 » $(n+1)(n+2)(n+3) =$

hyp. de réc.

$\underbrace{\boxed{n(n+1)(n+2)}}_{3k} + 3\cdot(n+1)(n+2) =$

$3k + 3\cdot\ell = 3\cdot(k+\ell)$ est mult. de 3



$$\frac{n^5}{5} + \frac{n^3}{3} + \frac{7n}{15} = \frac{3n^5 + 5n^3 + 7n}{15}$$

$5 \,|\, 3n^5 + 7n$

$\boxed{n=1}$ $3+7 = 10 = 5\cdot 2$ ✓

$\boxed{n \checkmark \Rightarrow n+1 \checkmark}$

$5 \,|\, 3n^5 + 7n$

$\Rightarrow 3n^5 + 7n = 5k$

$$3(n+1)^5 + 7n + 7 =$$

$$3(\cancel{n^5} + 5n^4 + 10n^3 + 10n^2 + 5n + 1) + \cancel{7n} + 7 =$$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

$$3n^5 + 7n + 15n^4 + 30n^3 + 30n^2 + 15n + 3 + 7 =$$

$$3n^5 + 7n + 5 \cdot l =$$

$$5k + 5l = 5 \cdot (k+l)$$