Asymptotes

Fractions de polynômes

Racines & Co

ED, zéros, signe

Asymptotes

Dérivée & croissance

Dérivée 2nde & courbure

Graphe

A.V. $\lim_{x \to a} f(x) \quad a \notin ED_f$

A.H. $\lim_{x \to \infty} f(x) = c$ / $y = c$

A.O. $y = mx + h$

avec

$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$

$h = \lim_{x \to \infty} (f(x) - mx)$ si m existe.

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

$\boxed{\deg P = \deg Q + 1}$ ~~A.H.~~ A.O.

$\deg P > \deg Q + 1$ ~~A.H.~~ ~~A.O.~~

$\deg P = \deg Q$ A.H. ~~A.O.~~

$\deg P < \deg Q$ A.H. en $y=0$

Exemple:

$$f(x) = \frac{x^3-4x^2-7x+10}{x^2+x-1} \qquad f(0) = -10$$

D_f: $\quad x^2+x-1=0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ $\quad -1{,}618 \to \boxed{-1{,}62}$ $\quad 0{,}618 \to \boxed{0{,}62}$

$$\boxed{D_f = \mathbb{R} - \{-1{,}62;\ 0{,}62\}}$$

A.V. ?

$$D_{10} = \{\pm 1;\ \pm 2;\ \pm 5;\ \pm 10\}$$

$$x^3-4x^2-7x+10=0$$

	1	−4	−7	10
1		1	−3	−10
	1	−3	−10	0

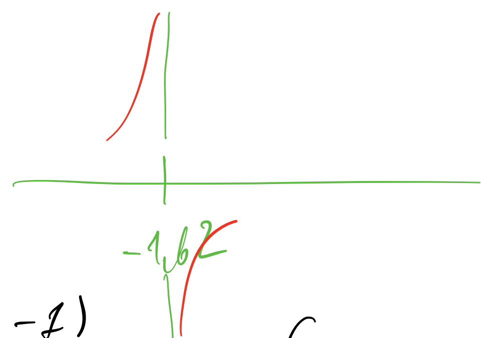
$$x^3-4x^2-7x+10 = (x^2-3x-10)(x-1)$$
$$= (x-5)(x+2)(x-1)$$

Zeros: $x=5$ / $x=-2$ / $x=1$

$$f(x) = \frac{\boxed{(x-5)(x+2)(x-1)}}{(x+1{,}62)(x-0{,}62)}$$

	−2		−1,62		0,62		1		5	
−	0	+	‖	−	‖	+	0	−	0	+
			A.V.		A.V.					

O.O.



$$\lim_{x\to -1{,}62} f(x) = \frac{(-1{,}62-5)(-1{,}62+2)(-1{,}62-1)}{0\cdot(-2{,}24)} = \text{«}\frac{C}{0}\text{»} = \infty$$

$$\lim_{x \to 0,62} f(x) = \text{«} \frac{c'}{0} \text{»} = \infty$$

$$\boxed{\text{A.V. en } x = -1,62 \quad \text{et} \quad x = 0,62}$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3}{x^2} = \infty$$

$$\deg(x^3) - \deg(x^2) = 1$$

$$\Rightarrow \text{A.O.}$$

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 - 4x^2 - 7x + 10 & x^2 + x - 1 \\
\cline{2-2}
x^3 + x^2 - x & x - 5 \\
\hline
-5x^2 - 6x + 10 & \\
-5x^2 - 5x + 5 & \\
\hline
-x + 5 &
\end{array}
$$

$$\Rightarrow x^3 - 4x^2 - 7x + 10 = (x^2 + x - 1)(x - 5) + (-x + 5)$$

A.O. en $y = x - 5$

$$\frac{x^3 - 4x^2 - 7x + 10}{x^2 + x - 1} = x - 5 + \frac{-x + 5}{x^2 + x - 1}$$

différence

$\delta(x)$

$$\delta(x) = \frac{-x + 5}{(x + 1,62)(x - 0,62)}$$

$$\delta(x) = f(x) - (x - 5)$$

	$-1,62$		$0,62$		5	
$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$

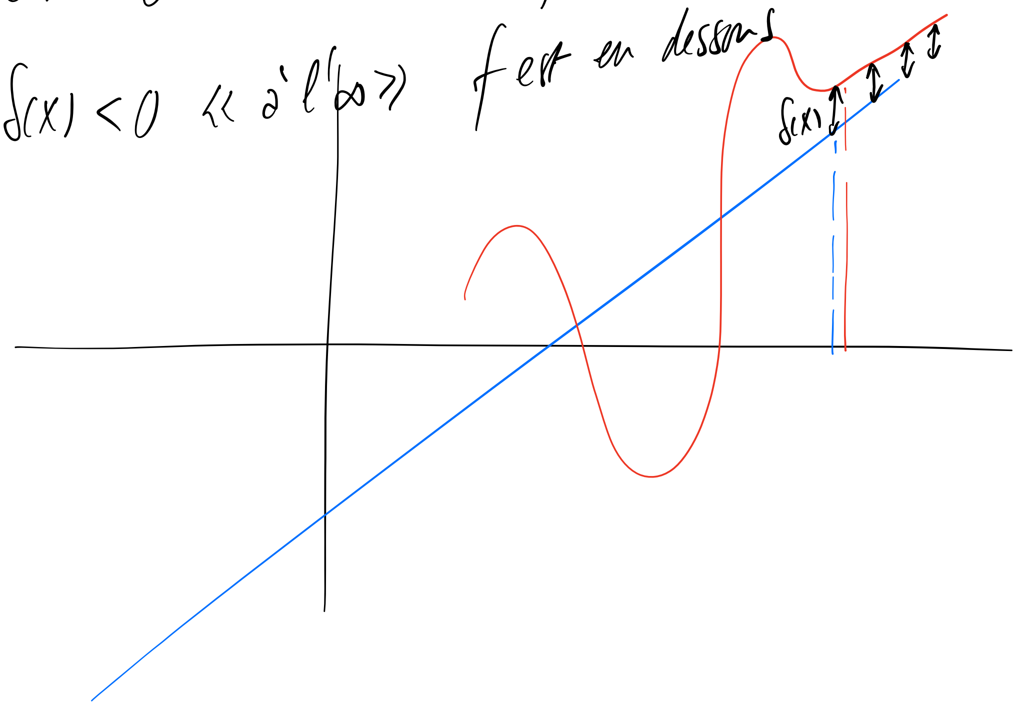
en dessus

en dessous

Signe de δ donne la position de f par rapport à l'A.O.

$\delta(x) > 0$ « à l'∞ » f est en dessus

$\delta(x) < 0$ « à l'∞ » f est en dessous



Esquisse