Méthodes numériques

Exercice 1 (0 points)

Écrire ci-dessous une boucle qui permet de calculer une approximation de la fraction continue

$$\cfrac{1}{\boxed{1/x + \cfrac{1}{3/x + \cfrac{1}{5/x + \cfrac{1}{\dots}}}}}$$

On obtient ceci au sortir de la boucle

avec un nombre n d'étapes, pour x et n donnés en début de programme.

```
n = 10
x = 2
t = (2*n+1)/x
while n > 0:
    n = n-1
    t = (2*n+1)/x + 1/t
t = 1/t
```

Exercice 2 (0 points)

Écrire ci-dessous une boucle qui permet de calculer une approximation de la fraction continue

$$1 + \cfrac{1^2}{2 + \cfrac{3^2}{2 + \cfrac{5^2}{2 + \cfrac{7^2}{\dots}}}}$$

avec un nombre n d'étapes. Le nombre n est donné en début de programme.

```
n = 10
x = 2
while n ≥ 0:
    x = 2+ (2*n+1)**2 /x
    n = n-1
x = x-1
```

Exercice 3 (0 points)

À l'aide de l'algorithme vu en classe, calculer à la main les quatre premières décimales du nombre $\sqrt{31}$. On veillera à écrire toutes les étapes.

$5^2 < 31 < 6^2$

31 — 5,5677
25
600 — 105
525
7500 — 1106
6636
86400 — 11127
77889
851100 — 111347
779429

Exercice 4 (0 points)

On donne le code ci-dessous :

```
a = 15
n = 15
x = 1
while x**2 < a:
    x += 1
x = x - 1
reste = (a - x**2)*100
k = 0
while k < n:
    d = 0
    y = (20*x + d)*d
    while y < reste:
        d += 1
        y = (20*x + d)*d
    d = d - 1
    y = (20*x + d)*d
    x = 10*x + d
    reste = (reste - y)*100
    k += 1
```

a) Quelle est la valeur de la variable x au sortir de la première boucle ?

b) Pourquoi faut-il lui enlever 1 ensuite ?

c) Combien de fois la deuxième boucle sera-t-elle exécutée ?

d) Quelle est la valeur de la variable k au sortir de cette boucle ?

e) Quel est le rôle de l'instruction `x = 10*x + d` (ligne 17) ?

a) Le premier x tq. $x^2 > a$ est 4, qui est la valeur de x au sortir de la 1ère boucle.

b) On cherche le plus grand x entier tq. $x^2 < a$, on doit donc enlever 1 à x pour obtenir le x qui le précède immédiatement.

c) Pour $k \in \{0; 1; \dots; 15-1\}$, donc 15 fois.

d) $k = 15 \geq n$

e) La variable d contient le chiffre de la racine de a que l'on vient de trouver. Il faut « ajouter ce chiffre » au nombre x. Cela revient à multiplier x par 10 et à ajouter d. Le nombre x est formé en multipliant la racine de a par la puissance de 10 qui en fait un entier.

Exercice 5 (0 points)

On donne le code ci-dessous :

```
x = 10
i = 0
n = 5
while i < n:
    x = 10*x
    i = i + 1
print(x)
```

a) Quelle est la valeur de la variable `x` au sortir de la boucle ?

b) Quelle serait la valeur affichée par le programme si l'on attribue la valeur 100 à la variable `n` (ligne 3) ?

a) $10 \cdot 10^5 = 10^6$

b) $10 \cdot 10^{100} = 10^{101}$

Exercice 6 (0 points)

Écrire un programme en Python qui fait calculer pour n donné la somme

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k \frac{1}{2\,k+1} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + (-1)^n \frac{1}{2\,n+1}$$

n = 100
S = 1
S = 1
i = 1
while i <= n:
    S = (-1) * S
    S = S + S · 1 / (2 * i + 1)
    i = i + 1

Exercice 7 (0 points)

Donner la valeur exacte des dimensions d'une feuille $A3$.

$A0$: $\frac{x}{y} = \frac{y}{x/2} \Leftrightarrow \frac{x^2}{y^2} = 2$ $\quad xy = 1 \Leftrightarrow y = 1/x$

$\Rightarrow x^4 = 2$ $\quad x = \sqrt[4]{2}$ $\quad y = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

Valeurs exactes

Exercice 8 (0 points)

On pose

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Démontrer par calcul que

$$\varphi^2 = \varphi + 1$$

$\boxed{2k+1}$

$n = 10$

$k=0 \ \ldots \ k=n-1$

1^{er} $\quad$ $n^{ième}$

$2k-1$

$k=1 \ \ldots \ k=n$

$2\cdot 0+1 = 1$

$2\cdot 1+1 = 3$

$\vdots$

$2\cdot 9+1 = 19$

$(-1)^k$

k	$(-1)^k$
0	1
1	−1
2	1
3	−1
4	1

$\cdot(-1)$

$\cdot(-1)$

signe = 1 $\quad S=1$

signe = signe $\cdot(-1)$ $\quad S = S\cdot(-1)$

S somme

boucle

$S = S + \ldots$