Etude d'une fonction

1. D_f
2. Zéros
3. Signe
4. Asymptotes
5. Croissance
6. Courbure
7. Graphe

Cas particulier : $f(x) = ax+b$ $a \neq 0$ $x \in D_f$

$\boxed{D_f \text{ ensemble de définition}}$

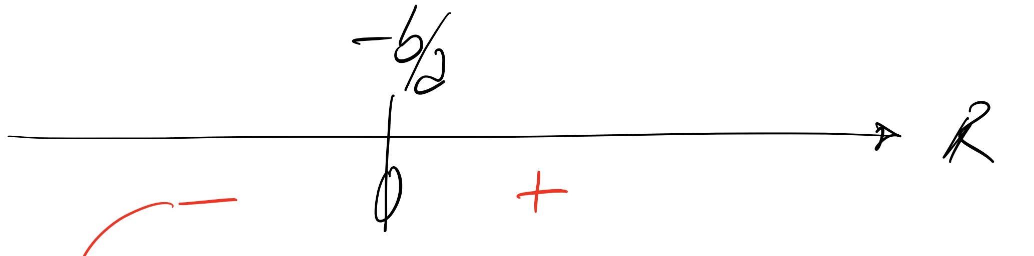
$D_f = \mathbb{R}$ (On peut calculer $f(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$)

$$ax+b = y \Leftrightarrow x = \frac{y-b}{a} \Rightarrow f(D_f) = \mathbb{R}$$

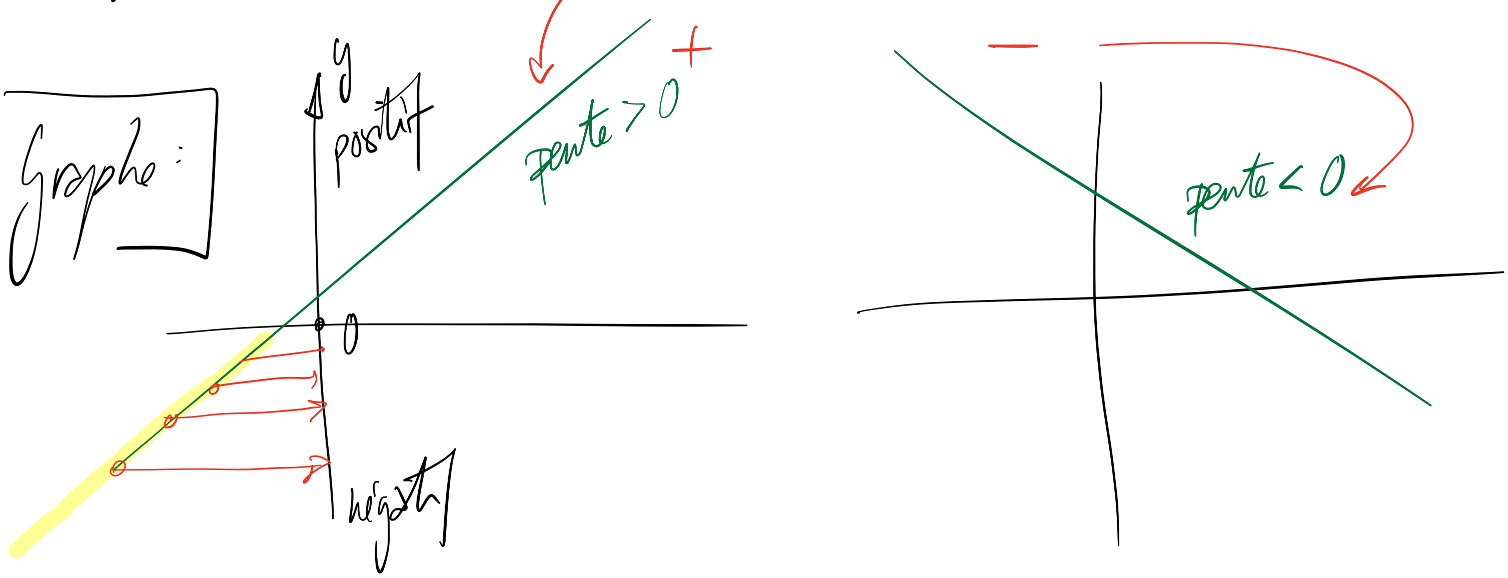
L'image de f est $\mathbb{R}$.

Zeros : $ax+b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$

Signe :



Graphe :



Si $a > 0$, f est strict. croissante.

Si $a<0$, f est strict. décroissante.

La courbure de f est 0, le graphe étant une droite.

Exemple : $f(x) = \frac{3}{4}x - 5$ $D_f = \mathbb{R}$

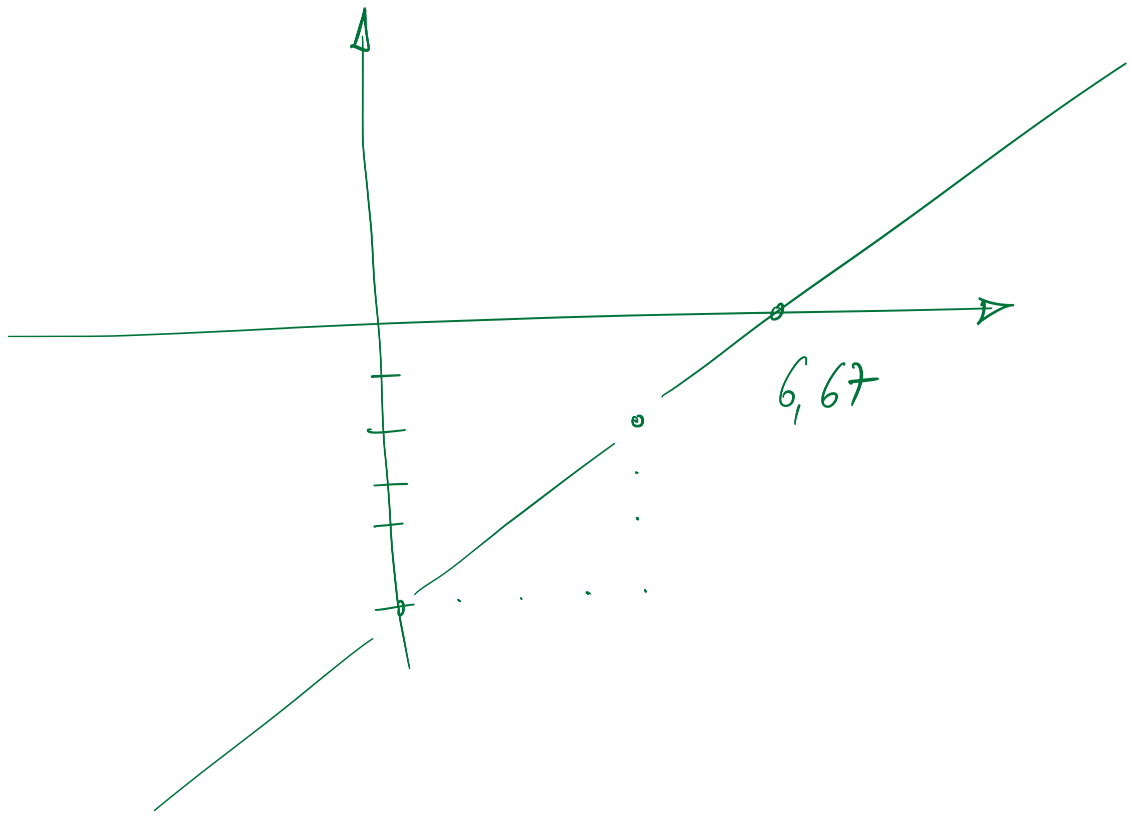
$\boxed{\text{Zéro :}}$ $\frac{3}{4}x - 5 = 0$ / $x = \frac{20}{3} \simeq 6{,}67$

$\frac{3}{4} > 0$, pente + $\Rightarrow$ f est strict. croissante

$\boxed{\text{Signe :}}$

	6,67	
$-$	0	$+$

$\boxed{\text{Graphe}}$



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} -27 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{x} = \vec{b}$$

$$\begin{array}{ccc} i & 1 & x_1 \\ j & 2 & x_2 \\ k & 3 & x_3 \end{array} \longrightarrow \begin{pmatrix} 2x_3 - 3x_2 \\ 3x_1 - x_3 \\ x_2 - 2x_1 \end{pmatrix}$$

$$2x_3 - 3x_2 = -27$$

$$3x_1 - x_3 = 6 \qquad\qquad L_1 \leftarrow L_1 + 2L_2$$

$$x_2 - 2x_1 = 5$$

$$2x_3 - 3x_2 = -27$$

$$6x_1 - 3x_2 = -15$$

$$\vec{a} = k \cdot \vec{b}$$

$$\|\vec{a}\| + \|\vec{b}\| = \|k \cdot \vec{b}\| + \|\vec{b}\|$$

$$= \sqrt{(k \cdot \vec{b}) \bullet (k \cdot \vec{b})} + \sqrt{\vec{b} \bullet \vec{b}}$$

$$= \sqrt{k \cdot (\vec{b} \bullet (k \cdot \vec{b}))} + \sqrt{\vec{b} \bullet \vec{b}}$$

$$= \sqrt{k \cdot k \cdot (\vec{b} \bullet \vec{b})} + \sqrt{\vec{b} \cdot \vec{b}}$$

$$\sqrt{k^2} = |k|$$

$$= |k| \sqrt{\vec{b} \cdot \vec{b}} + \sqrt{\vec{b} \cdot \vec{b}}$$

$$= \boxed{(|k| + 1) \cdot \|\vec{b}\|}$$

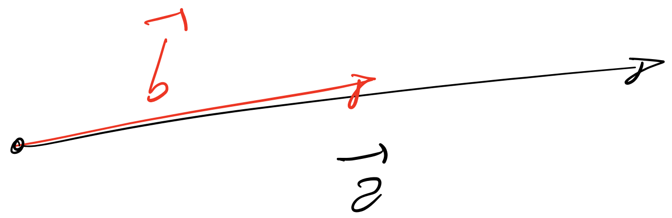
$$\|\vec{a} + \vec{b}\| = \|k\vec{b} + \vec{b}\| = \|(k+1) \cdot \vec{b}\|$$

$$= \boxed{|k+1| \cdot \|\vec{b}\|}$$

On a l'égalité si $|k| + 1 = |k+1|$ ce qui est vrai si $k > 0$

Il faut donc : $\vec{a}$ et $\vec{b}$ colinéaires

et ayant le même sens.



On a utilisé les propriétés suivantes :

$$\|\vec{x}\| = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}}$$

$$(k \cdot \vec{x}) \cdot \vec{y} = k \cdot (\vec{x} \cdot \vec{y}) = \vec{x} \cdot (k \vec{y})$$