$\boxed{\text{Fonction}}$

Étude complète

D_f
Zéros
Signe
(Asymptotes)
Graphe

- affine : $f(x) = ax+b$
- quadratique : $f(x) = ax^2+bx+c$
  parabole
  $= a(x-x_1)(x-x_2)$
- homographique : $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$
  hyperbole

Exemple : $f(x) = \dfrac{3x-2}{4-5x} = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$

① Ensemble de définition :

À exclure : les solutions de $Q(x) = 0$.

$\mathbb{R} \setminus \{0{,}8\}$

$4-5x=0 \Leftrightarrow 5x=4 \Leftrightarrow x=\frac{4}{5}=0{,}8$

$\boxed{D_f = \mathbb{R} - \{0{,}8\}}$

② Zéros :

Les solutions de $\dfrac{P(x)}{Q(x)} = 0$

$\boxed{x = 0{,}67}$

$\frac{3x-2}{4-5x} = 0 \Leftrightarrow 3x-2=0$ et $x \neq 0{,}8$

$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \simeq 0{,}67$

$-15x^2 + \ldots$

signe $\left((3x-2)(4-5x)\right)$

$$\boxed{\frac{0}{a} = 0 \quad \forall a \neq 0, \ a \in \mathbb{R}}$$

signe $\left(\frac{3x-2}{4-5x}\right)$

③ signe

x		$0{,}67$		$0{,}8$	
	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$

$f(0) = -0{,}5$

$f(0{,}75) > 0$

$f(1) < 0$

④ Asymptotes

$x \to \infty$

A l'∞ : x devient hénaurme.

Près des nombres à exclure

$\boxed{\text{A l'}\infty}$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{3x-2}{4-5x} = \lim_{x\to\infty} \frac{3\cancel{x}}{-5\cancel{x}} = \frac{3}{-5}$$

$$= -0{,}6$$

Il y a une $\boxed{\text{asymptote horizontale}}$ en $y = -0{,}6$

$$\Leftrightarrow \boxed{\text{A.H. en } \underbrace{y = -0{,}6}_{\text{équation de l'A.H.}}}$$

$\boxed{\text{Près de } 4/5}$

$$\lim_{x \to \frac{4}{5}} f(x) = \lim_{x \to \frac{4}{5}} \frac{3x-2}{4-5x}$$

$$= \lim_{x \to 0{,}8} \frac{3x-2}{4-5x} = \text{«} \frac{3 \cdot 0{,}79999 - 2}{4 - 5 \cdot 0{,}79995} \text{»}$$

$$= \text{«} \frac{3 \cdot 0{,}8 - 2}{4 - 5 \cdot 0{,}8} \text{»}$$

$$= \text{«} \frac{0{,}4}{0{,}\cancel{00004}} \text{»}$$

$$= \infty$$

Aussi grand que l'on veut.

$$\frac{0{,}4}{0{,}1} = 4$$

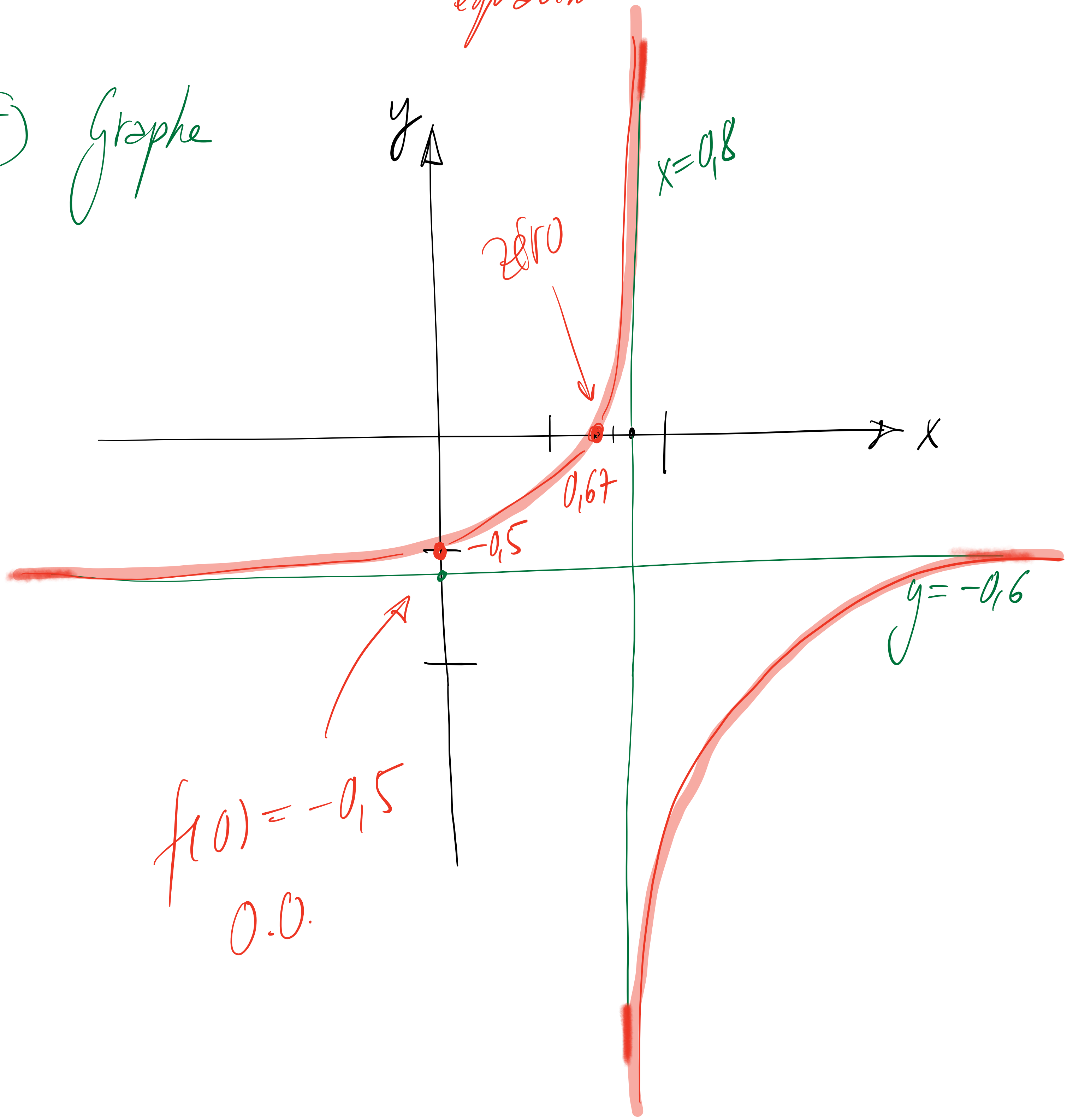
$$\frac{0{,}4}{0{,}01} = 40$$

$$\frac{0{,}4}{0{,}001} = 400$$

On a une $\boxed{\text{asymptote verticale}}$ en $x=0{,}8$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{\text{A.V. en } \underbrace{x=0{,}8}_{\text{équation de l'A.V.}}}$

⑤ Graphe



Valeur absolue

$$|1-x| + |2x-1| = 0$$

① $1-x \geq 0 \Leftrightarrow 1 \geq x \Leftrightarrow \boxed{x \leq 1}$

$$1-x + |2x-1| = 0$$

i $2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \in [\frac{1}{2}; 1]$

$$1-x+2x-1 = 0$$

$$x = 0$$

Incompatible

$$|1-0| + |2\cdot 0 - 1| = 2 \neq 0$$

ii $2x-1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \in]-\infty; \frac{1}{2}[$

$$1-x-(2x-1) = 0$$

$$1-x-2x+1 = 0$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3} \qquad |1-\frac{2}{3}| + |2\cdot\frac{2}{3} - 1| = 0$$

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\neq 0$$

Incompatible

$$|2x+3| = \begin{cases} 2x+3 & \text{si } 2x+3 \geq 0 \\ -(2x+3) & \text{si } 2x+3 < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2x+3 & \text{si } \boxed{x \geq -\frac{3}{2}} \\ -2x-3 & \text{si } \boxed{x < -\frac{3}{2}} \end{cases}$$

Signe de $2x+3$

$x<-1{,}5$ $\quad -1{,}5 \quad$ $x \geq -1{,}5$

$- \quad 0 \quad +$

$-(2x+3) \quad | \quad 2x+3$

$-1 \leq x \leq 8 \iff x \in [-1 ; 8]$

$x \leq -5 \iff x \in]-\infty ; -5]$

$a < x < b \iff x \in]a ; b[$

$-5 \leq x < -1$ ou $x > 8$ $\Leftrightarrow$ $x \in [-5 ; -1[\cup]8 ; +\infty[$

réunion