Problème 3

Réduire **sans calculer explicitement le résultat** et en utilisant les propriétés des puissances.

h) $\left(\dfrac{2^{7}}{2^{-3}\cdot 2^{5}}\right)^{2} =$

i) $\left(\dfrac{5^{-9}}{5}\right)^{3} =$

j) $2^{-4}\cdot\left(2^{2}\right)^{4}\cdot 2^{-4} =$

k) $\left(\left(\dfrac{-1}{2}\right)^{2}\right)^{-1} =$

l) $\left(\dfrac{x^{2}}{y^{3}}\right)^{-1}\cdot\left(\dfrac{x}{y}\right)^{2} =$

m) $\dfrac{4^{-1}\cdot 4^{-5}\cdot 4^{0}\cdot 4^{-1}}{4^{3}\cdot 4^{4}\cdot 16^{-2}}$

n) $\left(\dfrac{(2\,a^{-3})^{4}\cdot b^{9}}{2\,(b^{4})^{-2}\cdot(a^{-5})^{-1}}\right)^{-2}$

h) $\left(\frac{2^7}{2^{-3}\cdot 2^5}\right)^2 = \left(\frac{2^7}{2^{-3+5}}\right)^2 = \left(\frac{2^7}{2^2}\right)^2$

$2^m \cdot 2^n = 2^{m+n}$

$(2^m)^n = 2^{m\cdot n}$

$= \left(2^{7-2}\right)^2 = \left(2^5\right)^2 = 2^{2\cdot 5}$

$= 2^{10}$

$\frac{2^m}{2^n} = 2^{m-n}$

i) $\left(\frac{5^{-9}}{5}\right)^3 = \frac{5^{-9\cdot 3}}{5^{1\cdot 3}} = \frac{5^{-27}}{5^3}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$= 5^{-27-3} = 5^{-30}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$= \frac{1}{5^{30}}$

j) $2^{-4} \cdot (2^2)^4 \cdot 2^{-4} =$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$2^{-4} \cdot 2^{2 \cdot 4} \cdot 2^{-4} = 2^{-4} \cdot 2^8 \cdot 2^{-4}$

$= 2^{-4+8-4} = 2^0 = 1$

$a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p}$

k) $\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right)^{-1} = \left(\left(\frac{-1}{2}\right)^2\right)^{-1}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$= \left(\frac{(-1)^2}{2^2}\right)^{-1}$

$= \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \frac{1^{-1}}{4^{-1}} = \frac{1}{4^{-1}}$

$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$ ⟶ $= 4^1$

$= 4$

e) $\left(\frac{x^2}{y^3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^{-2}}{y^{-3}} \cdot \frac{x^2}{y^2}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$= \frac{x^{-2} \cdot x^2}{y^{-3} \cdot y^2}$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$= \frac{x^{-2+2}}{y^{-3+2}}$

$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

$= \frac{x^0}{y^{-1}} = \frac{1}{y^{-1}} = y$

m) $$\frac{4^{-1}\cdot 4^{-5}\cdot 4^{0}\cdot 4^{-1}}{4^{3}\cdot 4^{4}\cdot 16^{-2}} =$$

$$\frac{4^{-1}\cdot 4^{-5}\cdot 4^{0}\cdot 4^{-1}}{4^{3}\cdot 4^{4}\cdot (4^{2})^{-2}} =$$

$$\frac{4^{-1+(-5)+0+(-1)}}{4^{3}\cdot 4^{4}\cdot 4^{-4}} =$$

$$(2^{m})^{n} = 2^{m\cdot n}$$

$$\frac{4^{-7}}{4^{3+4-4}} = \frac{4^{-7}}{4^{3}} = 4^{-7-3}$$

$$\frac{2^{m}}{2^{n}} = 2^{m-n}$$

$$2^{-n} = \frac{1}{2^{n}} \quad = 4^{-10} = \frac{1}{4^{10}}$$

$$n)\left(\frac{(2a^{-3})^4 \cdot b^9}{2(b^4)^{-2}\cdot(a^{-5})^{-1}}\right)^{-2} =$$

$$\left(\frac{2^4 \cdot a^{-3\cdot 4}\cdot b^9}{2\, b^{4\cdot(-2)}\cdot a^{-5\cdot(-1)}}\right)^{-2} =$$

$$\left(\frac{2^4 \cdot a^{-12}\cdot b^9}{2\, b^{-8}\, a^5}\right)^{-2} =$$

$$\left(2^{4-1}\cdot a^{-12-5}\cdot b^{9-(-8)}\right)^2 =$$

$$\left(2^3 \cdot a^{-17} \cdot b^{17}\right)^2 = 2^6 \cdot a^{-34} \cdot b^{34}$$

$$= 2^6 \cdot \frac{b^{34}}{a^{34}}$$