

Équations, inéquations et formules

Problème 1 (20 points)

Résoudre les équations :

a) $x - 2 = 3$

$$\begin{aligned} x &= 5 \\ S &= \{5\} \end{aligned}$$

b) $3x - 4 = 2x + 3$

$$\begin{aligned} 3x - 2x &= 4 + 3 \\ x &= 7 \\ S &= \{7\} \end{aligned}$$

c) $(x - 2) - (1 - 2x) = (x - 1) - (4x + 2)$

$$\begin{aligned} x - 2 - 1 + 2x &= x - 1 - 4x - 2 & 6x &= 0 \\ 3x - 3 &= -3x - 3 & x &= 0 & S &= \{0\} \end{aligned}$$

d) $6 \cdot (3x - 12) = 3 \cdot (6x - 24)$

$$\begin{aligned} 18x - 72 &= 18x - 72 & S &= \mathbb{R} \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

On peut remplacer x par un nombre quel.

e) $1 - (x + 1) = 1 - x$

$$\begin{aligned}
 1 - x - 1 &= 1 - x \\
 -1 &= 0
 \end{aligned}
 \quad S^1 = \emptyset$$

Ps de solution

f) $\frac{1}{3}x + 2x - (x + 1) = 4x - \frac{5}{2}$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{3}x + 2x - x - 1 &= 4x - \frac{5}{2} \\
 2x + 6x - 6 &= 24x - 15 \\
 9 &= 16x
 \end{aligned}
 \quad x = \frac{9}{16}$$

$S^1 = \{ \frac{9}{16} \}$

Problème 2 (13 points)

Résoudre les inéquations ci-dessous en donnant l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

a) $1 - x \geq x - 2$

$$\begin{aligned}
 3 &\geq x + x \\
 3 &\geq 2x \\
 2x &\leq 3
 \end{aligned}
 \quad x \leq 1,5$$

$\boxed{]-\infty; 1,5]}$

b) $1 - 3(x - 2) > 2 - (x + 1)$

$$\begin{aligned}
 1 - 3x + 6 &> 2 - x - 1 \\
 7 - 1 &> 2x \\
 6 &> 2x \\
 3 &> x
 \end{aligned}
 \quad x < 3$$

$\boxed{]-\infty; 3[}$

c) $\frac{x}{2} - 1 < 2 - \frac{x}{3}$

$$\begin{aligned} & \downarrow \cdot 6 \\ 3x - 6 & < 12 - 2x \\ 5x & < 18 \end{aligned}$$

$x < 3,6$

$]-\infty; 3,6[$

Problème 3 (13 points)

Résoudre :

a) $\frac{1}{2}(3x - 1) - \frac{1}{4}(4 - x) = 0$

$$2(3x - 1) - (4 - x) = 0$$

$$6x - 2 - 4 + x = 0$$

$$7x = 6$$

$$x = \frac{6}{7}$$

b) $\frac{5x - 6}{5} - \frac{3x}{15} \geq \frac{x - 4}{9}$

$$9(5x - 6) - 9x \geq 5(x - 4)$$

$$45x - 54 - 9x \geq 5x - 20$$

$$31x \geq 34$$

$$x \geq \frac{34}{31}$$

$$\left[\frac{34}{31}; +\infty \right[$$

c) $1 - \{1 - (2 - x)\} + \{4x - (3 - 6x)\} = 0$

$$1 - (1 - 2 + x) + 4x - 3 + 6x = 0$$

$$2 - x + 4x - 3 + 6x = 0$$

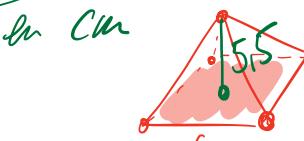
$$-1 + 9x = 0 \quad / \quad (x = 1/9)$$

Problème 4 (6 points)

On sait que la masse volumique de l'acier vaut 7.85 kg/dm^3 et que celle de l'aluminium vaut 2.7 kg/dm^3 .

Soit une pyramide dont l'aire de la base vaut B et dont la hauteur est h . Son volume est donné par la formule

$$V = \frac{B \cdot h}{3}$$



a) Isoler h . Que vaut h si $B = 20 \text{ cm}^2$ et que $V = 40 \text{ cm}^3$?

b) Quel volume d'aluminium faut-il pour que sa masse soit égale à celle d'une pyramide en acier à base carrée de côté 60 cm et dont la hauteur est 55 cm ?

$$a) V = \frac{B \cdot h}{3}$$

$$3V = B \cdot h$$

$$\frac{3V}{B} = h$$

$$b) B = 6 \text{ dm}^2 \quad h = 5,5 \text{ dm}$$

$$B = 36 \text{ dm}^2$$

$$h = \frac{3 \cdot 40}{20} = 6 \text{ cm}$$

$$V = \frac{36 \cdot 5,5}{3} = 12 \cdot 5,5 = 66 \text{ dm}^3$$

$$m = 66 \cdot 7,85 \approx 518,1 \text{ kg}$$

$$V_{\text{alu}} = \frac{518,1 \text{ kg}}{2,7 \text{ kg/dm}^3} \approx 191,9 \text{ dm}^3$$

Problème 5 (6 points)

Résoudre le système d'équations ci-dessous par la méthode de votre choix.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x + 2y = 10 - 6y \end{cases}$$

Donner les détails des calculs.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x + 2y + 6y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x + 8y = 10 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot 8 \\ \cdot (-3) \end{array}$$

$$\begin{cases} 16x + 24y = 32 \\ -15x - 24y = -30 \end{cases}$$

$$x = 2$$

$$2 \cdot 2 + 3y = 4$$

$$\begin{cases} 3y = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \div 3 \\ \downarrow \end{array}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Le problème ci-dessous est à résoudre *par mise en équation*. On donnera tous les détails des calculs.

Problème 6 (6 points)

Lydie a le tiers de l'âge de sa mère qui a elle-même la moitié de l'âge de la sienne. La somme des âges de la fille, de la mère et de la grand-mère est de 150 ans.

Quel est l'âge de Lydie ? *Elle a 15 ans.*

Quel est l'âge de sa grand-mère ? *Elle a 90 ans.*

Age

15 ans 45 ans 90 ans

L | M | GM

•3 •2

x | $3x$ | $2 \cdot (3x)$

$x + 3x + 6x = 150$

$10x = 150$

$x = 15$