

Équations, inéquations et formules

Problème 1 (20 points)

Résoudre les équations :

a) $x - 2 = 3$

$$x = 5$$

$$S = \{5\}$$

b) $3x - 4 = 2x + 3$

$$3x - 2x = 4 + 3$$

$$x = 7$$

$$S = \{7\}$$

c) $(x - 2) - (1 - 2x) = (x - 1) - (4x + 2)$

$$x - 2 - 1 + 2x = x - 1 - 4x - 2$$

$$3x - 3 = -3x - 3$$

$$6x = 0$$

$$x = 0$$

$$S = \{0\}$$

d) $6 \cdot (3x - 12) = 3 \cdot (6x - 24)$

$$18x - 72 = 18x - 72$$

$$0 = 0$$

$$S' = \mathbb{R}$$

On peut remplacer x par un nombre qq.

e) $1 - (x + 1) = 1 - x$

$$1 - x - 1 = 1 - x$$

$$-1 = 0 \quad S' = \emptyset$$

Aucune solution

f) $\frac{1}{3}x + 2x - (x + 1) = 4x - \frac{5}{2}$

$$\frac{1}{3}x + 2x - x - 1 = 4x - \frac{5}{2}$$

$$\downarrow \cdot 6$$

$$2x + 6x - 6 = 24x - 15$$

$$9 = 16x$$

$$x = \frac{9}{16}$$

$$S = \left\{ \frac{9}{16} \right\}$$

Problème 2 (13 points)

Résoudre les inéquations ci-dessous en donnant l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

a) $1 - x \geq x - 2$

$$3 \geq x + x$$

$$3 \geq 2x$$

$$2x \leq 3$$

$$x \leq 1,5$$

$$]-\infty; 1,5]$$

b) $1 - 3(x - 2) > 2 - (x + 1)$

$$1 - 3x + 6 > 2 - x - 1$$

$$7 - 1 > 2x$$

$$2x < 6$$

$$x < 3$$

$$]-\infty; 3[$$

$$c) \frac{x}{2} - 1 < 2 - \frac{x}{3}$$

$$\begin{aligned} & \cdot 6 \\ 3x - 6 & < 12 - 2x \\ 5x & < 18 \\ x & < 3,6 \\ & \boxed{]-\infty; 3,6[} \end{aligned}$$

Problème 3 (13 points)

Résoudre :

$$a) \frac{1}{2}(3x - 1) - \frac{1}{4}(4 - x) = 0$$

$$\begin{aligned} 2(3x - 1) - (4 - x) &= 0 \\ 6x - 2 - 4 + x &= 0 \\ 7x &= 6 \\ x &= \frac{6}{7} \end{aligned}$$

$$b) \frac{5x - 6}{5} - \frac{3x}{15} \geq \frac{x - 4}{9}$$

$$\begin{aligned} 9(5x - 6) - 9x &\geq 5(x - 4) \\ 45x - 54 - 9x &\geq 5x - 20 \\ 31x &\geq 34 \\ x &\geq \frac{34}{31} \\ & \boxed{\left[\frac{34}{31}; +\infty \right[} \end{aligned}$$

$$c) 1 - \{1 - (2 - x)\} + \{4x - (3 - 6x)\} = 0$$

$$\begin{aligned} 1 - (1 - 2 + x) + 4x - 3 + 6x &= 0 \\ 2 - x + 4x - 3 + 6x &= 0 \\ -1 + 9x &= 0 \quad / \quad x = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

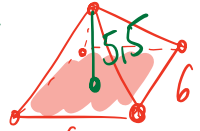
Problème 4 (6 points)

On sait que la masse volumique de l'acier vaut 7.85 kg/dm^3 et que celle de l'aluminium vaut 2.7 kg/dm^3 .

Soit une pyramide dont l'aire de la base vaut B et dont la hauteur est h . Son volume est donné par la formule

$$V = \frac{B \cdot h}{3}$$

ou cm



a) Isoler h . Que vaut h si $B = 20 \text{ cm}^2$ et que $V = 40 \text{ cm}^3$?

b) Quel volume d'aluminium faut-il pour que sa masse soit égale à celle d'une pyramide en acier à base carrée de côté 60 cm et dont la hauteur est 55 cm?

a) $V = \frac{B \cdot h}{3}$
 $3V = B \cdot h$
 $\frac{3V}{B} = h$

b) $c = 6 \text{ dm}$ $h = 5.5 \text{ dm}$
 $B = 36 \text{ dm}^2$
 $V = \frac{36 \cdot 5.5}{3} = 12 \cdot 5.5 = 66 \text{ dm}^3$
 $m = 66 \cdot 7.85 = 518.1 \text{ kg}$
 $V_{\text{alu}} = \frac{518.1 \text{ kg}}{2.7 \text{ kg/dm}^3} \approx 191.9 \text{ dm}^3$

For part a, the handwritten calculation shows $h = \frac{3 \cdot 40}{20} = 6 \text{ cm}$.

Problème 5 (6 points)

Résoudre le système d'équations ci-dessous par la méthode de votre choix.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x + 2y = 10 - 6y \end{cases}$$

Donner les détails des calculs.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x + 2y + 6y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x + 8y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 & \cdot 8 \\ 5x + 8y = 10 & \cdot (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16x + 24y = 32 \\ -15x - 24y = -30 \end{cases}$$

$$x = 2$$

$$2 \cdot 2 + 3y = 4$$

$$3y = 0$$

$$y = 0$$

$$\boxed{x = 2, y = 0}$$

Le problème ci-dessous est à résoudre *par mise en équation*. On donnera tous les détails des calculs.

Problème 6 (6 points)

Lydie a le tiers de l'âge de sa mère qui a elle-même la moitié de l'âge de la sienne. La somme des âges de la fille, de la mère et de la grand-mère est de 150 ans.

Quel est l'âge de Lydie? *Elle a 15 ans.*

Quel est l'âge de sa grand-mère? *Elle a 90 ans.*

Handwritten solution on grid paper:

Diagram showing ages and relationships:

ÂGE	15 ans	45 ans	90 ans
L	M	GM	

Relationships indicated by arrows and multipliers:

- From L to M: $\cdot 3$
- From M to GM: $\cdot 2$

Equation setup:

x	$3x$	$2 \cdot (3x)$
-----	------	----------------

Sum equation:

$$x + 3x + 6x = 150$$

Solving for x :

$$10x = 150$$

$$x = 15$$