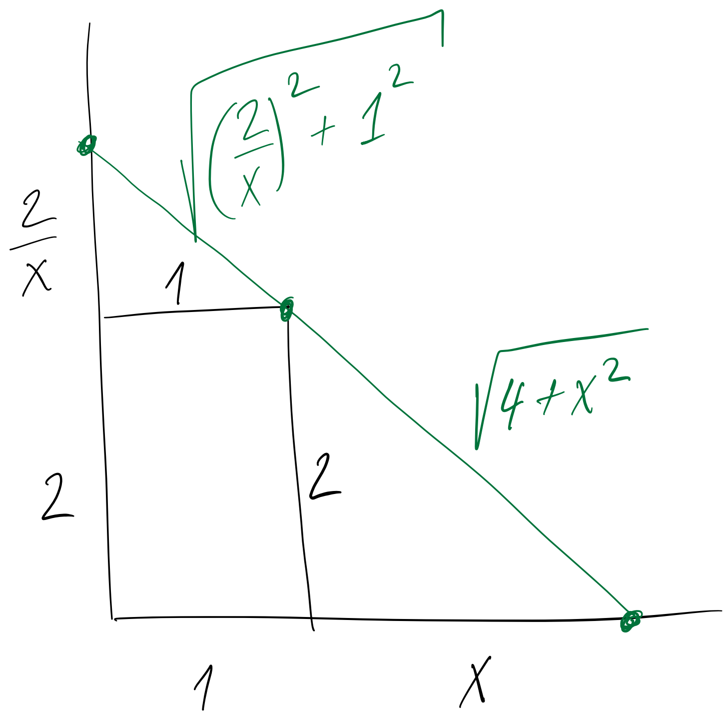

On suppose que $x>0$

Longueur de la barre :

$$f(x)=\sqrt{\frac{4}{x^2}+1}+\sqrt{4+x^2}$$

$$=\sqrt{\frac{4+x^2}{x^2}}+\sqrt{4+x^2}$$

$$=\frac{\sqrt{4+x^2}}{x}+\sqrt{4+x^2}=\sqrt{4+x^2}\cdot\left(\frac{1}{x}+1\right)$$

On cherche le minimum de $f(x)$ pour $x>0$.

$$f'(x) = \frac{\left(\sqrt{4+x^2}\right)' \cdot x - \sqrt{4+x^2} \cdot 1}{x^2} + \frac{2x}{2\sqrt{4+x^2}}$$

$$= \frac{\frac{2x}{2\sqrt{4+x^2}} \cdot x - \sqrt{4+x^2}}{x^2} + \frac{x}{\sqrt{4+x^2}}$$

$$= \frac{\frac{x^2}{\sqrt{4+x^2}} - \sqrt{4+x^2}}{x^2} + \frac{x}{\sqrt{4+x^2}}$$

$$= \frac{x^2 - (4+x^2)}{x^2 \cdot \sqrt{4+x^2}} + \frac{x}{\sqrt{4+x^2}}$$

$$= \frac{-4 + x^3}{x^2\sqrt{4+x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{4}$$

0		$\sqrt[3]{4} \simeq 1{,}59$		
$\Vert$	$-$	0	$+$	
	$\searrow$	min	$\nearrow$	

La longueur cherchée est $f(\sqrt[3]{4}) \simeq 4{,}16$