$$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

① $D_f = \mathbb{R}$ car $x^2+1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1$, ce qui est impossible

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = 0}$

x		0	
$f(x)$	$-$	0	$+$

② Vu que $D_f = \mathbb{R}$, il n'y a pas d'A.V.

Vu que $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x}{x^2+1} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{x}{x^2} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$,

on a une $\boxed{\text{A.H. en } y = 0}$

Le signe de f donne la position, dans ce cas.

③ $$f'(x) = \frac{(x)' \cdot (x^2+1) - x \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{x^2+1-x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2-2x^2+1}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{(1+x)(1-x)}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \;/\; x = -1$$

	-1		1	
$-$	0	$+$	0	$-$
$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$
	MIN		MAX	
	$\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$		$\left(1; \frac{1}{2}\right)$	

4