

$$5) f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$$

①  $f'$  et  $D_{f'}$ :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 + (3x^{-1})' = 3x^2 + 3(-1x^{-2}) \\ &= 3x^2 - \frac{3}{x^2} = \frac{3x^4 - 3}{x^2} \end{aligned}$$

$$D_{f'} = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$$

② zéros de  $f'$ :

$$f'(x) = 0 \quad \text{si} \quad 3x^4 - 3 = 0 \quad \text{et que} \quad x \neq 0$$

$$3x^4 = 3 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

③ Tableau des signes de  $f'$  et croissance de  $f$ :

-1	0	1					
+	0	-	-	0	+	$\leftarrow f'$	MAX: (-1; -4)
$\nearrow$	MAX	$\searrow$	$\searrow$	MIN	$\nearrow$	$\leftarrow f$	MIN: (1; 4)

$$6) f(x) = \frac{2x+3}{2x-5}$$

①  $f'$  et  $D_{f'}$  :

$$f'(x) = \frac{(2x+3)' \cdot (2x-5) - (2x+3)(2x-5)'}{(2x-5)^2}$$

$$= \frac{2(2x-5) - (2x+3) \cdot 2}{(2x-5)^2}$$

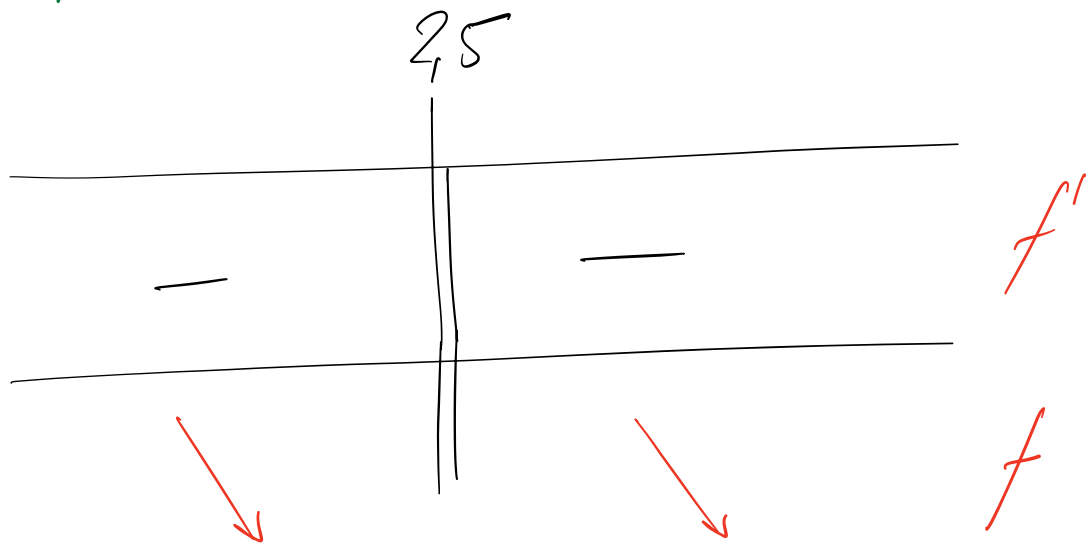
$$= \frac{4x-10-4x-6}{(2x-5)^2} = -\frac{16}{(2x-5)^2}$$

$$D_{f'} = \mathbb{R} - \{2,5\}$$

② Zeros de  $f'$  :

$f'(x) = 0$  si  $-16 = 0$ , ce qui est impossible. La dérivée  $f'$  n'a pas de zéro.

③ Signes de  $f'$  et croissance de  $f$ :



La fonction est strictement décroissante.

Elle n'a pas de min., pas de max. et pas de plicier.

$$8) f(x) = x^2 \sqrt{27 - x^2}$$

①  $f'$  et  $D_{f'}$ :

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^2)' \sqrt{27 - x^2} + x^2 \cdot (\sqrt{27 - x^2})' \\ &= 2x \cdot \sqrt{27 - x^2} + x^2 \cdot [(27 - x^2)^{1/2}]' \end{aligned}$$

$$= 2x \sqrt{27-x^2} + x^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (27-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (27-x^2)'$$

$$= 2x \sqrt{27-x^2} + \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{27-x^2}} \cdot -2x$$

$$= \frac{2x \sqrt{27-x^2} \cdot \sqrt{27-x^2}}{\sqrt{27-x^2}} + \frac{-x^3}{\sqrt{27-x^2}}$$

$$= \frac{2x(27-x^2) - x^3}{\sqrt{27-x^2}}$$

$$= \frac{54x - 2x^3 - x^3}{\sqrt{27-x^2}} = \frac{54x - 3x^3}{\sqrt{27-x^2}}$$

$$= \frac{3x(18-x^2)}{\sqrt{27-x^2}}$$

$$\sqrt{27-x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 27 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{27} = \pm 3\sqrt{3}$$
$$\Leftrightarrow x \approx \pm 5,2$$

Vu que  $27 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-5,2; 5,2]$ , on a

$$D_f = ]-5,2; 5,2[$$

② Zéros de  $f'$ :

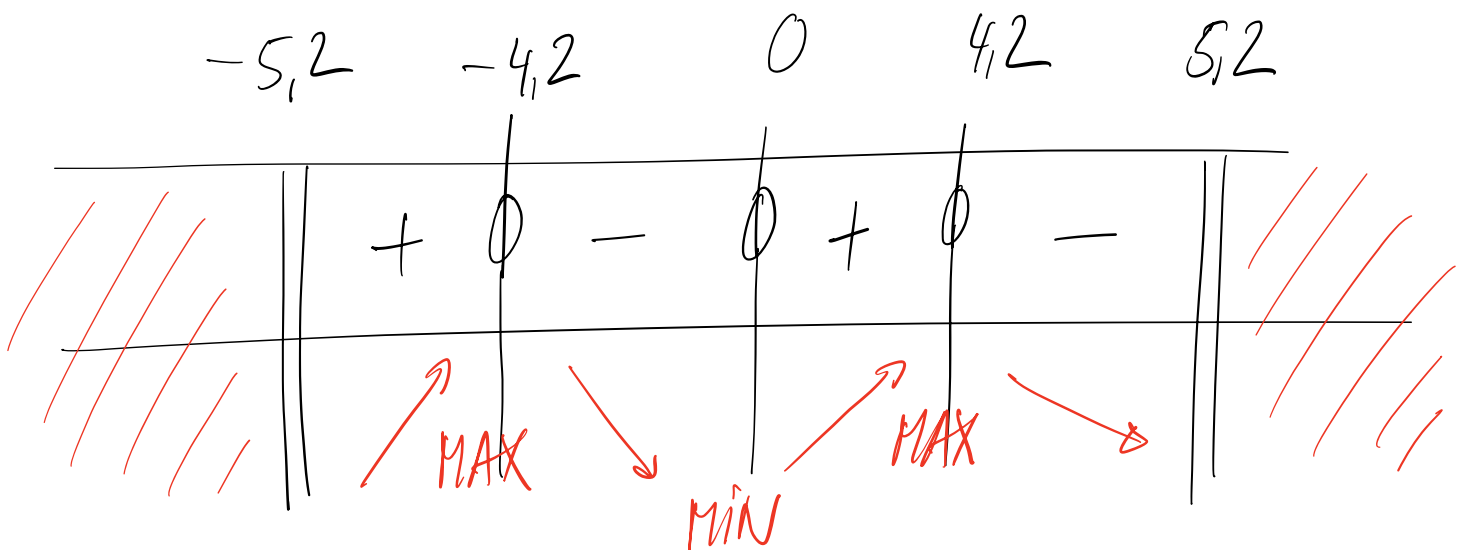
$$f'(x) = 0 \quad \text{si} \quad 3x(18 - x^2) = 0,$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x^2 = 18$$

$$x = \pm \sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$$

$$x \approx \pm 4,2$$

③ Signe de  $f'$  et croissance de  $f$ :



Coordonnées :

$$\begin{array}{ccc} \swarrow 54 & \swarrow 0 & \swarrow 54 \\ (-4,2; f(-4,2)) & (0; f(0)) & (4,2; f(4,2)) \\ \text{max} & \text{min} & \text{max} \end{array}$$

$$\begin{aligned} f(-4,2) &= (-4,2)^2 \cdot \sqrt{27 - (-4,2)^2} \\ &= (-3\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{27 - (-3\sqrt{2})^2} \\ &= 9 \cdot 2 \cdot \sqrt{27 - 9 \cdot 2} \\ &= 18 \cdot 3 = 54 \end{aligned}$$