ETUDE D'UNE FONCTION

1. D_f
2. Zéros
3. Signe
4. Asymptotes ← limites

$x \to a$ $(a \notin D_f)$

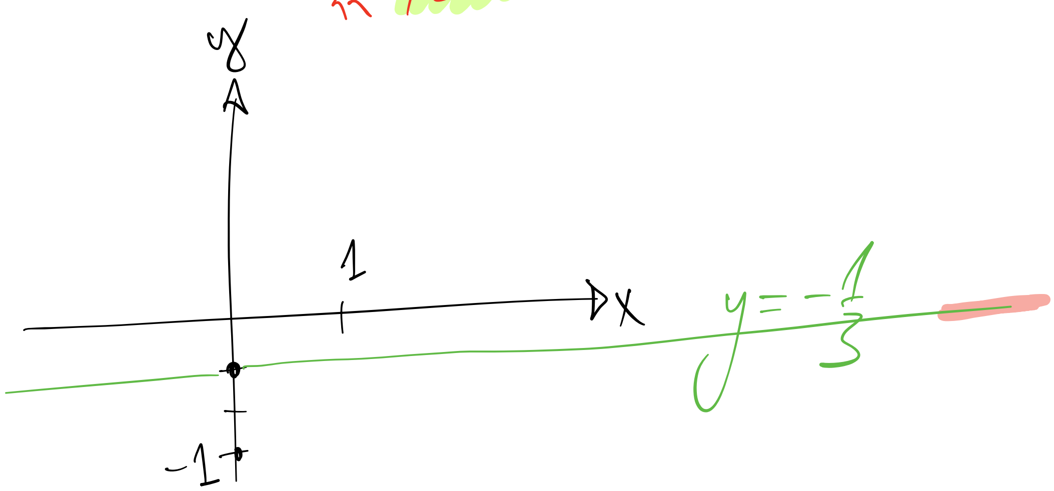
$x \to \infty$

Exo 14 chap. II

$$\frac{x+1}{1-3x} \xrightarrow{x \to \infty} \frac{x}{-3x} = \frac{1 \cdot \cancel{x}}{-3 \cdot \cancel{x}} = -\frac{1}{3}$$

« PEANUTS »

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x+1}{1-3x} = y = -\frac{1}{3}$$



$$\frac{x^2+2x-1}{x-3} \xrightarrow[\quad]{x\to\pm\infty} \frac{x^2}{x} = x \xrightarrow{x\to\pm\infty} \pm\infty$$

$$\frac{x}{x^2+1} \xrightarrow{x\to\pm\infty} \frac{x}{x^2} = \frac{1}{x} \xrightarrow{x\to\pm\infty} 0$$

$$\frac{3x^2-4x+2}{1-x-2x^2} \xrightarrow{x\to\pm\infty} \frac{3\cancel{x^2}}{-2\cancel{x^2}} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

$$= -1{,}5$$

$$f(x) \xrightarrow{x\to\infty} \begin{matrix} a \\ \infty \\ 0 \end{matrix}$$

$$f(x) = x$$

$$x \xrightarrow{x\to\infty} \infty$$

$$x^2+2x-3 \xrightarrow{x\to\infty} \infty$$

$$\boxed{\frac{x^2-2x}{x} \xrightarrow{x\to\infty} \frac{x^2}{x}} = x \begin{cases} \xrightarrow{x\to+\infty} +\infty \\ \xrightarrow{x\to-\infty} -\infty \end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-2x}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x\to+\infty} x = +\infty$$

$$\frac{2x^2+x-1}{x^3+1} \xrightarrow{x\to+\infty} \frac{2x^2}{x^3} = \frac{2}{x} \xrightarrow{x\to+\infty} 0^+$$

$$\frac{3x^2}{x} = \frac{3\cdot x\cdot \cancel{x}}{1\cdot \cancel{x}} = \frac{3x}{1} = 3x \xrightarrow{x\to\pm\infty} \pm\infty$$

⚠ NOTATION : « $\infty = \pm\infty$ »

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty}$$

Des deux côtés à la fois.

$$\frac{x^3-1}{x^2+1} \xrightarrow{x\to\infty} \frac{x^3}{x^2} = x \begin{cases} \xrightarrow{x\to+\infty} +\infty \\ \xrightarrow{x\to-\infty} -\infty \end{cases}$$

$$\frac{1}{x^2+1} \xrightarrow{x\to\infty} \frac{1}{x^2} \begin{cases} \xrightarrow{x\to+\infty} 0^+ \\ \xrightarrow{x\to-\infty} 0^+ \end{cases}$$

$$« \frac{1}{\infty^2} » = 0$$

$$\frac{-x+5}{x^4+3x^2+2} \xrightarrow{x\to\infty} \frac{-x}{x^4} = \frac{-1}{x^3} \begin{cases} \xrightarrow{x\to+\infty} 0^- \\ \xrightarrow{x\to-\infty} 0^+ \end{cases}$$

$$\frac{2}{x} \begin{cases} \xrightarrow{x\to+\infty} 0^+ \\ \xrightarrow{x\to-\infty} 0^- \end{cases}$$

$x = 1000$

Assez près de $+\infty$

$$\underbrace{\cdots \quad \frac{k}{x^3} \quad \frac{k}{x^2} \quad \frac{k}{x}}_{\longrightarrow 0} \quad 2 \quad \underbrace{kx \quad kx^2 \quad kx^3 \quad kx^4 \cdots}_{\longrightarrow \infty}$$

$$2 \longrightarrow 2$$

$$\frac{3x^3-1}{2x-5x^3} \xrightarrow{x \to \infty} \frac{3x^3}{-5x^3} = -\frac{3}{5} \xrightarrow{x \to \pm\infty} -\frac{3}{5}$$

$$\frac{x^2}{x} = \frac{x \cdot \cancel{x}}{1 \cdot \cancel{x}} = \frac{x}{1} = x \xrightarrow{x \to \pm\infty} \pm\infty$$

$$\frac{2x^2+x-1}{x^3+1} \xrightarrow{x \to \infty} \frac{2x^2}{x^3} = \frac{2\cancel{x}\cancel{x}}{x\cancel{x}\cancel{x}} = \frac{2}{x} \xrightarrow{x \to \infty} 0$$

$$\frac{2}{x} \xrightarrow{x \to +\infty} 0^+ \longleftarrow 0 \text{ par valeurs supérieures}$$

$$\frac{2}{x} \xrightarrow{x \to -\infty} 0^- \longleftarrow 0 \text{ par valeurs inférieures}$$

0 est exclu

$$\left.\begin{aligned} f(x) &= \ln(x) \\ g(x) &= \log(x) \\ h(x) &= \log_2(x) \end{aligned}\right\} \quad D_f = D_g = D_h =]0;+\infty[= \mathbb{R}_+^*$$

$f(x) = \log(1-5x)$ $\qquad D_f = \, ?$

$1-5x > 0$?

$\boxed{\text{À trouver :}}$ Le signe de $1-5x$:

x		$0{,}2$	
$1-5x$	$+$	0	$-$

Si $x < 0{,}2$,

$1 - 5x > 0$

et $\log(1-5x)$ existe.

$$D_f =]-\infty ; 0{,}2[$$
$$= \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < 0{,}2\}$$