Nombre

$\mathbb{N}$

$\mathbb{Z}$ -7

$\mathbb{Q}$

$\mathbb{R}$ $\sqrt{2}$

$\mathbb{C}$

Cardano

1545

$$\boxed{x^2 - 10x + 40 = 0}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$ $a = 1$ $b = -10$ $c = 40$

$$\Delta = 100 - 160 = -60$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{-60}}{2} = \frac{2 \cdot 5 \pm \sqrt{4 \cdot (-15)}}{2}$$

$$= \frac{2 \cdot 5 \pm 2\sqrt{-15}}{2}$$

$$= 5 \pm \sqrt{-15}$$

Quantité imaginaire

$$\sqrt{-1}$$

$$= 5 \pm \sqrt{15} \cdot \sqrt{-1}$$

$$\sqrt{-1} = i \qquad = 5 \pm \sqrt{15} \cdot i$$

$$\Leftrightarrow \; -1 = i^2 \qquad = 5 \pm i\sqrt{15}$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} a + bi & a, b \in \mathbb{R} \\ i^2 = -1 & \end{array}}$$

$$i^0 = 1$$

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i = i^2 \cdot i = -1 \cdot i$$

$$i^4 = 1 = i^2 \cdot i^2 = (-1)(-1)$$

$$i^5 = i = i^4 \cdot i = 1 \cdot i$$

$$i^6 = i^4 \cdot i^2 = -1$$

Example:

$$z_1 = 3+4i$$

$$z_2 = 1+i$$

$$z_1 + z_2 = 4+5i$$

$$z_2 - z_1 = -2-3i$$

$$z_1 z_2 = (3+4i)(1+i) = 3 + 3i + 4i + 4\underbrace{i^2}_{-1}$$

$$= 3 - 4 + 7i = -1 + 7i$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{3+4i}{1+i} \cdot \underset{1}{\boxed{\frac{1-i}{1-i}}} = \frac{(3+4i)(1-i)}{2}$$

$$= \frac{7+i}{2} = \frac{7}{2} + \frac{1}{2} i$$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$(1+i)(1-i) = 1 - i^2 = 2$ dans $\mathbb{C}$

Déf: Soit $z = a+bi \in \mathbb{C}$

$\bar{z} = a - bi$ est le conjugué de z.

Propriétés:

$z + \bar{z} \in \mathbb{R}$

$z - \bar{z} \in i \cdot \mathbb{R}$

$z\bar{z} = |z|^2 \in \mathbb{R}$

Déf: $|z| = \sqrt{a^2+b^2}$ si $z = a+bi \in \mathbb{C}$

$\boxed{\text{Division}}$

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{a+bi}{c+di} \cdot \underbrace{\boxed{\frac{c-di}{c-di}}}_{1} = \frac{(a+bi)(c-di)}{c^2 - d^2 i^2}$$

$$= \frac{(a+bi)(c-di)}{c^2+d^2}$$

$$= a' + b' \cdot i$$