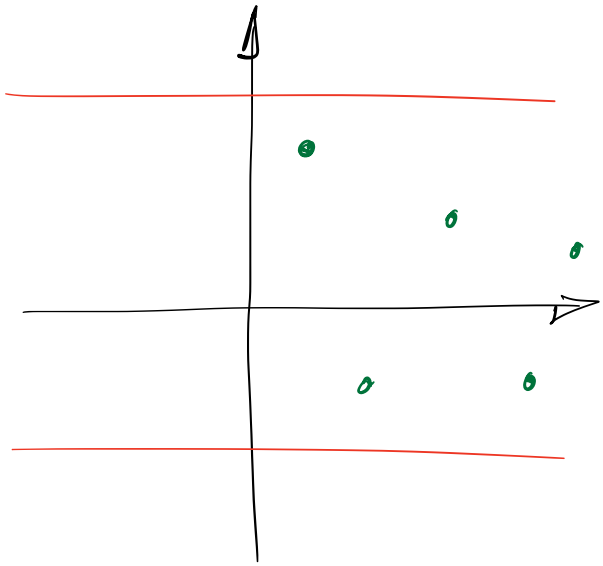
TE OS 03/12/2026

2.2.1 a' 2.2.13

2.2.4 a)

$$a_n = 2 - \frac{1}{n^2} \qquad n \geq 1$$

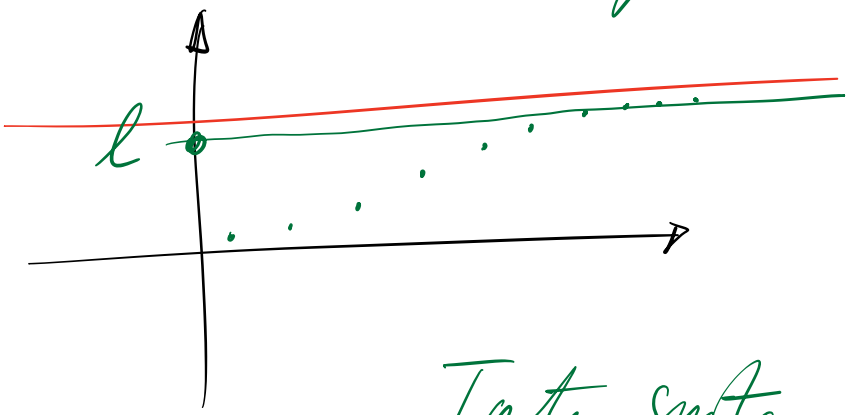


minorée et majorée → bornée

croissante

décroissante

Résultat: Toute suite croissante et majorée converge.



Toute suite décroissante et minorée converge

$n=1 \qquad 2-\frac{1}{1^2} = 1$

$n=2 \qquad 2-\frac{1}{4} = 2-0{,}25 = 1{,}75$

$n=3 \qquad 2-\frac{1}{9} = 1{,}8888\ldots$

$n=4 \qquad 2-\frac{1}{16} = 1{,}9375$

croissante ?

borné { maj. 2 ; min. 1

$\lim\left(2-\frac{1}{n^2}\right) = 2$ car $\frac{1}{n^2} \to 0$

et $\lim(x_n - y_n) = \lim x_n - \lim y_n$

Prop. a) a_n est minorée par 1
b) a_n est majorée par 2
$\Rightarrow$ bornée

c) a_n est croissante

a) Sei $n \geq 1$ $\quad \frac{1}{n} \leq 1$

$$\frac{1}{n^2} \leq \frac{1}{n} \leq 1 \qquad (n^2 \geq n)$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 \geq \frac{1}{n^2} \qquad \Big| \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad -1 \leq -\frac{1}{n^2} \qquad \Big| +2$$

$$\Leftrightarrow \quad 2-1 \leq 2 - \frac{1}{n^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 \leq 2 - \frac{1}{n^2}$$

b) $\boxed{2 - \frac{1}{n^2} \leq 2 \quad \checkmark \qquad \text{war } \frac{1}{n^2} > 0}$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{n^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \quad -\frac{1}{n^2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 2 - \frac{1}{n^2} < 2$$

La suite est donc bornée ($|u_n| \leq 2$)

c) $n \leq n+1$ si $n \geq 1$

$\Leftrightarrow n^2 \leq (n+1)^2$ (x^2 est croissante)

$\Leftrightarrow \frac{1}{n^2} \geq \frac{1}{(n+1)^2}$

$A \leq B$ et $AB > 0$ $\Rightarrow \frac{1}{A} \geq \frac{1}{B}$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{n^2} \leq -\frac{1}{(n+1)^2}$

$\Leftrightarrow 2 - \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{(n+1)^2}$

$u_n \leq u_{n+1}$

$\Rightarrow u_n$ est croissante