Soit f donnée par

$$f(x) = -x^2 - 2x + 8$$

$D_f = \mathbb{R}$

Trouver $E, F \subset \mathbb{R}$ tq. est inclus dans

E et F sont des parties de $\mathbb{R}$

$f : E \to F$ et bijective

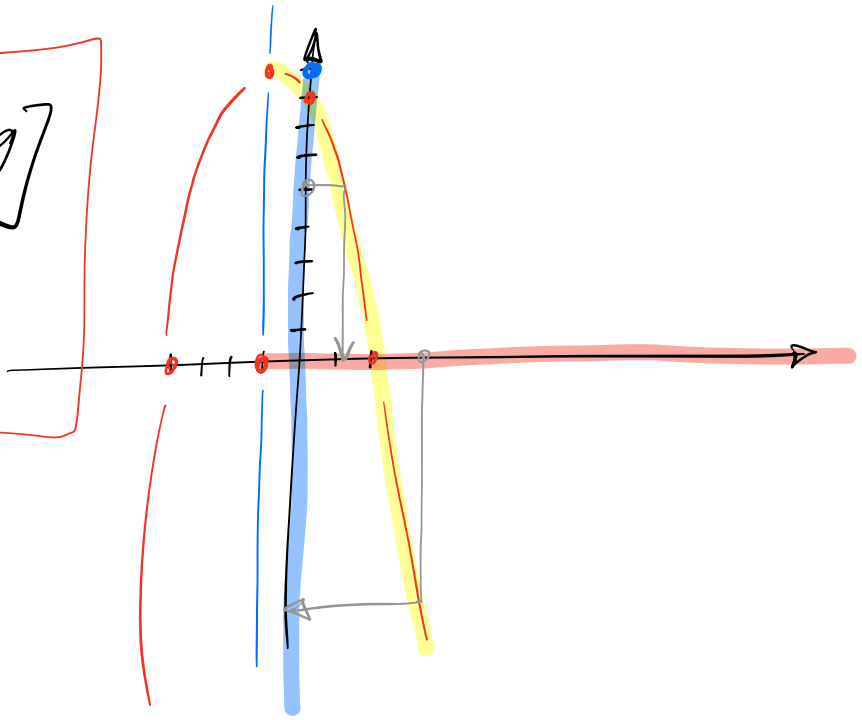
donner l'expression de f^{-1}

$-x^2 - 2x + 8 = (4+x)(2-x)$ $\quad \Delta = 4 + 32 = 36$

$S\left(-1 ; -\frac{36}{4(-1)}\right) = S(-1 ; 9)$

$f : [-1 ; +\infty[\longrightarrow]-\infty ; 9]$

$x \longmapsto -x^2 - 2x + 8$



$y = -x^2 - 2x + 8$

$x^2 + 2x + y - 8 = 0$

$\Delta = 4 - 4(y-8)$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(y-8)}}{2}$

On choisit $x = -1 + \sqrt{1-(y-8)}$

$x = -1 + \sqrt{9-y} = f(y)$

$$f(x) = -1 + \sqrt{9 - x}$$

$$D_f =]9; -\infty[$$

$\exp : \mathbb{R} \longrightarrow]0; +\infty[$

$\ln :]0; +\infty[$

$\exp(x) = e^x$

$\ln(x)$

$$\exp(\ln(x)) = e^{\ln(x)} = x$$

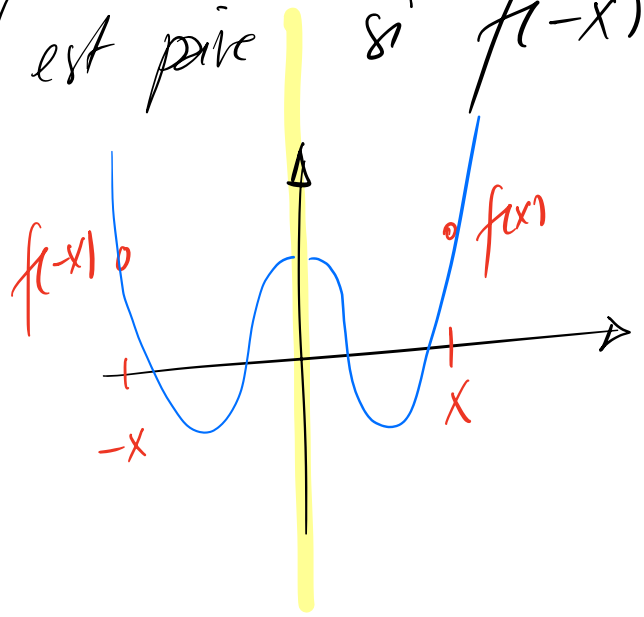
$$\ln(\exp(x)) = \ln(e^x) = x$$

$$y = e^x \iff x = \ln(y)$$

Parité

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

f est paire si $f(-x) = f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

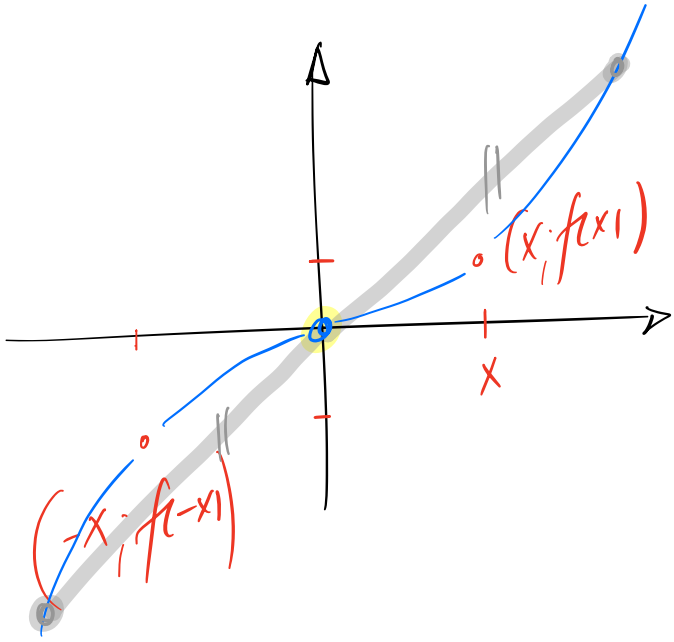


Le graphe de f est symétrique par rapport à Oy.

Exemple: $f(x) = x^{2n} \quad n \in \mathbb{N}$

est paire : $f(-x) = (-x)^{2n} = (-1)^{2n} x^{2n} = x^{2n}$

f est impaire si $f(-x) = -f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$



$f(-x) = -f(x)$

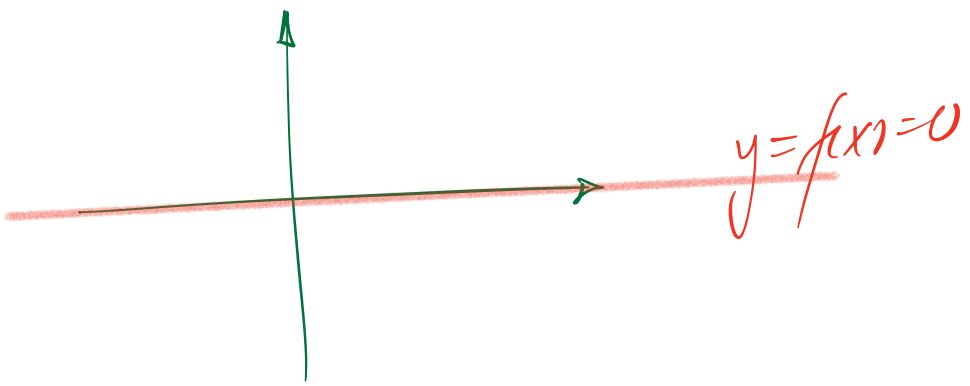
Le graphe de f est symétrique par rapport au point $(0;0)$

Exemple :

f paire et impaire à la fois

$$f(-x) = f(x) \quad \text{et} \quad f(-x) = -f(x)$$

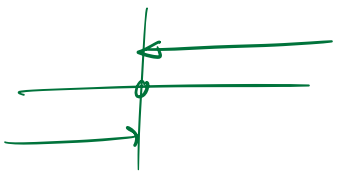
$$\Rightarrow f(x) = -f(x) \Rightarrow 2f(x) = 0 \Rightarrow f(x) = 0$$



$f(x) = x^{2n+1}$ $n \in \mathbb{N}$ est impaire car

$$f(-x) = (-1)^{2n+1} x^{2n+1} = -x^{2n+1} = -f(x)$$

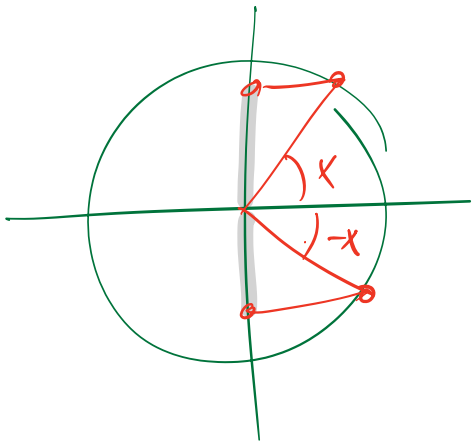
$f(x) = |x|$ est paire

$f(x) = \text{sgn}(x)$ est impaire 

Signe : sgn

$f(x) = \sin(x)$ est impaire

car $\sin(-x) = -\sin(x)$



$f(x) = \cos(x)$ est paire

car $\cos(-x) = \cos(x)$

$f(x) = \tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$ est impaire

$$f(-x) = \frac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = -\frac{\sin(x)}{\cos(x)} = -f(x)$$