

$$2) \quad \vec{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{CD} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} \stackrel{?}{=} k \cdot \vec{CD}$$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{l} -2 = 4k \\ -4 = -4k \\ 2 = 2k \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} k = -1/2 \\ k = 1 \\ k = 1 \end{array}$$

Contradictoire

\Rightarrow Les droites ne sont pas parallèles.

$$A + x \cdot \vec{AB} \stackrel{?}{=} C + y \cdot \vec{CD}$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} + x \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{aligned} 6 - 2x &= 7 + 4y \\ 4 - 4x &= -4y \\ -4 + 2x &= -2 + 2y \end{aligned}$$

$$L_1 + L_3: 2 = 5 + 6y \quad | \quad 6y = -3 \quad | \quad y = -1/2$$

$$L_2: 4 - 4x = -4 \cdot (-1/2) = 2$$

$$4x = 2 \quad | \quad x = 1/2$$

$$\text{Verification: } L_1: 6 - 2 \cdot (1/2) = 7 + 4(-1/2)$$

$$5 = 7 - 2 = 5 \quad \checkmark$$

$$L_2: 4 - 2 = -4 \cdot (-1/2) \\ 2 = 2 \quad \checkmark$$

$$L_3: -4 + 1 = -2 + 2(-\frac{1}{2})$$

$$-3 = -2 - 1 = -3 \quad \checkmark$$

\Rightarrow Les deux droites sont sécantes.

Leur intersection est le point:

$$I = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + (-\frac{1}{2}) \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$b) \quad \vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{CD} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} \stackrel{?}{=} k \cdot \vec{CD}$$

$$3 = 9k \Rightarrow k = \frac{1}{3}$$

$$-1 = -3k \Rightarrow k = \frac{1}{3}$$

$$2 = 2k \Rightarrow k = 1$$

Contradictoire

Les droites ne sont pas parallèles

$$A + x \cdot \overrightarrow{AB} = C + y \cdot \overrightarrow{CD}$$

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + x \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 + 3x = 9y \\ 2 - x = 5 - 3y \\ 1 + 2x = 2 + 2y \end{cases}$$

$$L_3 + 2L_2 : 5 = 12 - 4y \quad | \quad 4y = 7 \quad | \quad y = \frac{7}{4}$$

$$L_1 + 3L_2 : 2 = 15 \quad \downarrow \quad \text{Contradiction}$$

Le système n'a pas de solution.

Les droites sont sécantes.

$$c) \vec{AB} = \begin{pmatrix} -10 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{CD} = \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} = k \cdot \vec{CD}$$

$$-10 = -8k$$

$$4 = -3k$$

$$-2 = 7k$$

$$k = 10/8 = 5/4$$

$$k = 4/3$$

$$k = -2/7$$

Contradictoire

⇒ Les droites ne sont pas parallèles

$$A + x\vec{AB} = C + y\vec{CD}$$

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + x \begin{pmatrix} -10 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\cancel{8} - 10x = \cancel{8} - 8y$$

$$4x = 3 - 3y$$

$$3 - 2x = -2 + 7y$$

$$10x = 8y$$

$$4x = 3 - 3y$$

$$3 - 2x = -2 + 7y$$

$$x = 0,8y$$

$$\Rightarrow 3,2y = 3 - 3y$$

$$3 - 1,6y = -2 - 7y$$

⇔

⇔

⇒

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,8y \\ 6,2y = 3 \\ 5,4y = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,8y \\ y = \frac{3}{6,2} \\ y = -\frac{5}{5,4} \end{cases}$$

Contradictoire

Le système n'a pas de solutions.

Les droites sont gauches.

$$d) \vec{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{CD} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

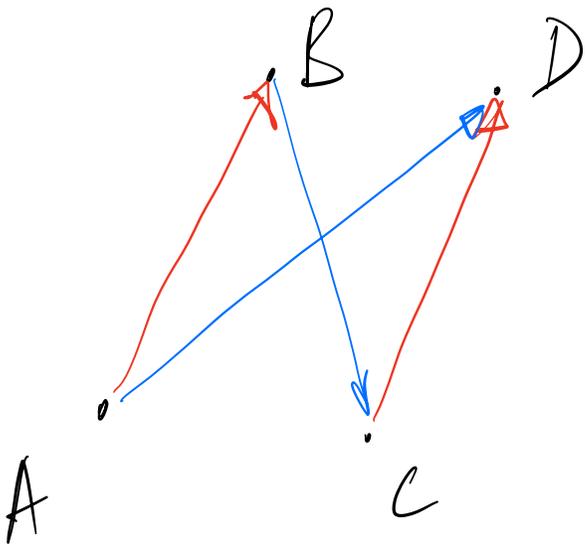
$$\vec{AB} = k \cdot \vec{CD}$$

$$\begin{aligned} 1 &= k \cdot 5 \\ 1 &= k \cdot 5 \Rightarrow \\ 2 &= k \cdot 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k &= 0,2 \\ k &= 0,2 \\ k &= 0,2 \end{aligned}$$

OK

\Rightarrow Les droites sont parallèles.



$$\boxed{\vec{AD} = k \cdot \vec{BC}}$$

$$\vec{AD} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$3 = -3k$$

$$3 = -3k$$

$$6 = -6k$$

$$\Rightarrow k = -1$$

Les droites sont confondues.