

Elo

<< Révision >>

1.1.1 c D_f, f'

1.1.3 ab $\int f(x) dx$

1.1.4 bc $\int_a^b f(x) dx$

1.1.5 aef $\lim$

1.1.6 be

1.1.9 a

1.1.13 e

Etude complète

⚠ > 1h de travail

Analyse

1.1.1

D_f et f'

c) $f(x) = e^{\frac{1}{x}} = e^{(\frac{1}{x})}$

$\frac{1}{x}$

$D_f = \mathbb{R}^* \quad x=0 \text{ n'est pas admissible}$

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$f'(x) = \left(e^{\left(\frac{1}{x}\right)}\right)' = e^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)'$

$(e^x)' = e^x$

« dérivée interne »

$= e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{0 \cdot x - 1 \cdot 1}{x^2} = e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{-1}{x^2}$

1.1.3 Primitive : F primitive de f

$$\text{si } F' = f \Leftrightarrow F = \int f(x) dx$$

F est une primitive de $f \Leftrightarrow F+C$ est une primitive de f
 $C \in \mathbb{R}$

$$a) \int 2e^x dx = 2 \cdot \int e^x dx = 2 \cdot e^x + C$$

$$(e^x)' = e^x \Leftrightarrow \int e^x dx = e^x + C$$

$$b) \int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x} \cdot 2 dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C$$

« Dérivée interne »

$$(2x)' = 2$$

↑
dérivée interne

$$= \frac{1}{2} \int e^t dt = \frac{1}{2} e^t + C = \frac{1}{2} e^{2x} + C$$

$$\text{Justif: } (e^{2x})' = e^{2x} \cdot (2x)' = e^{2x} \cdot 2$$

1.1.4

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$\text{wec} \int f(x) dx = F(x)$$

$$b) \int_1^2 e^{3x-7} dx = \frac{1}{3} \int_1^2 e^{3x-7} \cdot 3 dx$$

$(3x-7)' = 3 - 0 = 3$

$$= \frac{1}{3} e^{3x-7} \Big|_1^2 = \frac{1}{3} \left(e^{3 \cdot 2 - 7} - e^{3 \cdot 1 - 7} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(e^{-1} - e^{-4} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{e^4} \right)$$

$$\cong 0,117$$

c) $\int_0^2 x \cdot e^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^2 e^{x^2} \cdot \underbrace{2x}_{(x^2)' = 2x} \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot e^{x^2} \Big|_0^2$

« Dérivée interne » ?

$(x \cdot e^{x^2} = e^{x^2} \cdot x)$

$\frac{1}{2} e^{x^2} \Big|_0^2 = \frac{1}{2} \left(e^{(2^2)} - e^{(0^2)} \right)$

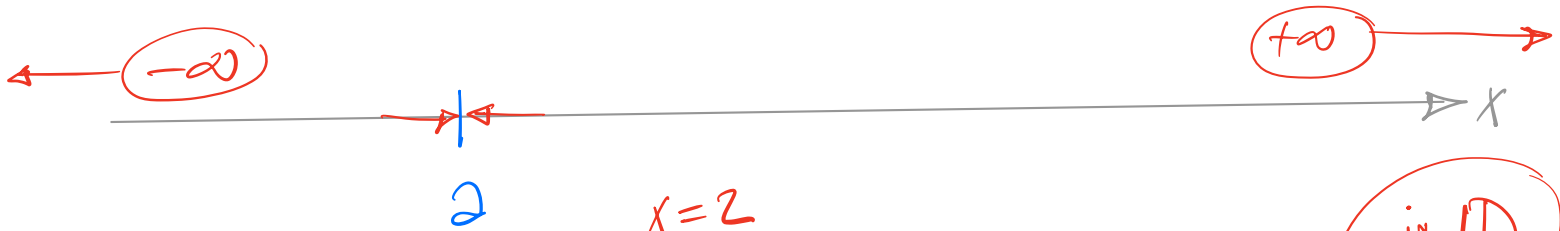
$\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = F(g(x))$

avec $F(x) = \int f(x) dx$

$= \frac{1}{2} \left(e^4 - e^0 \right) = \frac{1}{2} (e^4 - 1) \approx 26,8$

1.1.5

Calculus de limites: $\left\{ \begin{array}{l} - a' l' \infty \\ - \text{vers } a, \text{ un nombre} \end{array} \right.$



$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{x - 2} = \ll \frac{e^2 - e^2}{2 - 2} \gg = \ll \frac{0}{0} \gg \quad \text{IND}$$

Cas d'indétermination classique:

$$\ll \frac{0}{0} \gg, \ll \frac{\infty}{\infty} \gg, \ll \infty \cdot 0 \gg, \ll \infty - \infty \gg, \dots$$

Il faut lever l'indétermination, par B.-H.

$$\frac{(e^x - e^2)'}{(x - 2)'} = \frac{e^x}{1} = e^x$$

On dérive en haut et en bas

$$(e^2)' = 0 \quad \text{car } e^2 \text{ est une } \underline{\text{constante}}$$

$$(k)' = 0 \quad \text{pour tout nombre } k$$

$$\pi' = 0 \quad (\pi^2 - 1)' = 0 \quad \text{etc.}$$

On recalcule la limite

$$\lim_{x \rightarrow 2} e^x = e^2 \approx 7,4$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{2x} = \ll \frac{0 + \infty}{-\infty} \gg \Rightarrow \ll \frac{+\infty}{-\infty} \gg \quad \text{IND}$$

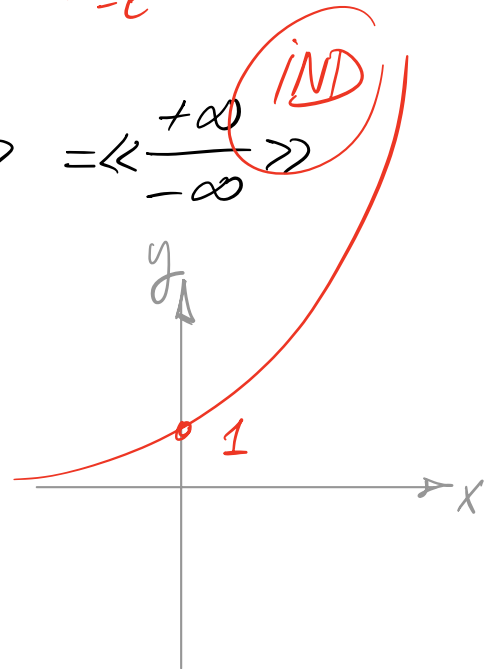
$\swarrow e^{-\infty}$ $\swarrow e^{-(-\infty)} = e^{+\infty}$

« Trucs classiques »

$$e^{+\infty} = +\infty$$

$$e^{-\infty} = 0$$

$$e^0 = 1$$



B.-H.

$$\frac{(e^x + e^{-x})'}{(2x)'} = \frac{e^x + e^{-x} \cdot (-1)}{2}$$

$$= \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \ll \frac{e^{-\infty} - e^{+\infty}}{2} \gg = \ll \frac{0 - \infty}{2} \gg = \ll \frac{-\infty}{2} \gg$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{2} = -\infty \quad \leftarrow \text{existe, et donc}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{2x} = -\infty \quad \text{Réponse}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x - 1}{e^x + 2} = \ll \frac{2e^{+\infty} - 1}{e^{+\infty} + 2} \gg = \ll \frac{+\infty - 1}{+\infty + 2} \gg$$

$$= \ll \frac{+\infty}{+\infty} \gg \quad \text{IND}$$

B.-H.

$$\frac{(2e^x - 1)'}{(e^x + 2)'} = \frac{2e^x - 0}{e^x + 0} = \frac{2e^x}{e^x} = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x - 1}{e^x + 2} = 2$$