

Valeurs propres

d'une matrice carrée

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

changement de base

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = M$$

$$M \cdot u = k \cdot u$$

u vecteur de \mathbb{R}^2

$$k \in \mathbb{R}$$

$$k=2$$

On cherche $u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot u = 2u$$

$$\begin{pmatrix} u_1 - u_2 \\ 2u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2u_1 \\ 2u_2 \end{pmatrix}$$

$$u_1 - u_2 = 2u_1$$

$u_2 = 2$ en pif

$$u_1 - 2 = 2u_1$$

$u_1 = -1$

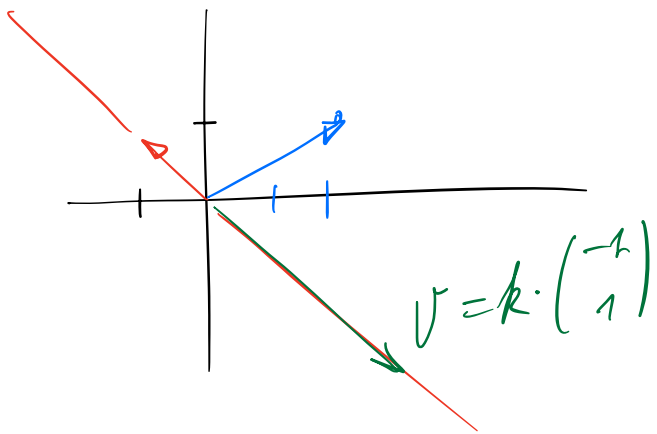
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$M \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$M \cdot \left(k \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = k \cdot \left(M \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

$$= k \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= k \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \cdot \left(k \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$



$$M \cdot v = 2v$$

vecteur propre
associé à 2

valeur propre

$$M \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \neq 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1.5.1

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 + 2u_2 = 2u_1 \\ 3u_1 + 8u_2 = 2u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2u_2 = 0 \\ 3u_1 + 6u_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow u_1 + 2u_2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -2u_2 \\ u_2 = u_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Le vecteur $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre de la matrice $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$, associé à la valeur propre $\lambda = 2$.