$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Calculer $A \cdot B$ et $B \cdot A$

$1 \cdot 2 - 3 \cdot (-1)$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 15 \end{pmatrix}$$

4.2.3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

On cherche B tq. $\boxed{A \cdot B = B \cdot A}$

~~$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$~~

$B' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ✓

$AB' = B'A$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \neq$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$$

Si $A \cdot B = B \cdot A$, alors

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

calcul

$$\begin{pmatrix} x-z & y-t \\ x+z & y+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y & -x+y \\ z+t & -z+t \end{pmatrix}$$

$x - z = x + y$

$y - t = -x + y$

$x + z = z + t$

$y + t = -z + t$

$\overbrace{(x-x)}^{0} - z = y$

$-t = -x$

$(x = t)$

$(y = -z)$

$$\begin{cases} y = -z \\ x = t \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$$

Exemple: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow AB = BA$

A' vérifier: $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$