Indice : COMBIEN

Combinatoire

a) 10 personnes (6 ♀ + 4 ♂)

comité ⇒ ~~ordre~~ choix

C_4^{10}

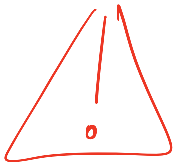
TI 80 : 10 $\overset{nCr}{\boxed{8}}$ 4 → 210

$$= \frac{10!}{(10-4)!\,4!} = \frac{10\cdot\overset{3}{\cancel{9}}\cdot\overset{2}{\cancel{8}}\cdot 7}{\cancel{4}\cdot 3\cdot\cancel{2}} = 210$$

☐ ☐ ☐ ☐

$$\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4!}$$

b) AU MOINS



15·6=90 2 ♀ 2 ♂ $C_2^6\cdot C_2^4$

20·4=80 3 ♀ 1 ♂ $C_3^6\cdot C_1^4$

6·4=24 1 ♀ 3 ♂ $C_1^6\cdot C_3^4$

15 ~~0 ♀ 4 ♂~~ C_4^6

1 ~~4 ♀ 0 ♂~~ C_4^4

OK | 16 À ÉLIMINER

$C_2^6 = \frac{6!}{4!\cdot2!} = 15$

$C_3^6 = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2} = 20$

$C_4^6 = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6\cdot5}{2} = 15$

$\Rightarrow$ Il y a 210 − 16 comités composés d'au moins 1 ♀ et 1 ♂.

c) □ □ □ □

$10\cdot9\cdot8\cdot7 = 90\cdot56 = 5040$

A_4^{10}

avec ordre

comité avec des fonctions par personne.

TI30 : $10 \ \overset{nPr}{\boxed{9}} \ 4 \longrightarrow 5040$

choix

Choisir k parmi n distincts

cases

	ordre	~~ordre~~
répétitions	$\overline{A}_k^n = n^k$	▨
~~répétitions~~	$A_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_k^n = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$

$\boxed{y^x}$

nPr $\boxed{9}$

nCr $\boxed{8}$

d) $\boxed{1+1}$ couple et $\boxed{8 \text{ personnes}}$

Rappel: $C_4^{10} = 210$

comités possible

$\boxed{\# \text{ comités avec le couple}}$

personne 1 personne 2 2 autres

☐ ☐ ☐ ☐

$$1 \cdot 1 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2!}$$

$$C_1^1 \cdot C_1^1 \cdot C_2^8 = 28$$

Il y a donc 28 comités avec le couple

et 182 comités avec au max. un membre du couple.

$\boxed{4 \text{ rôles à distribuer}}$

① 182 comités avec toutes les distributions OK

☐ ☐ ☐ ☐

$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$ possibilités / comité

On a donc $182 \cdot 24$ possibilités : 4368

② 28 comités avec couple :

Couple : personne A et personne B (avec 2 autres personnes : C, D)

A □ □ □

$2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$

↑ sans B ↑ avec B

B □ □ □

$2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$

↑ sans A ↑ avec A

□ · □ □ □

$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12$

↑ C, D ↑ A, B et une autre

20 possibilités / comité

On a donc $20 \cdot 28 = 560$ possibilités

Finalement, en tenant compte de la règle, on a

4368 + 560 possibilités : $\boxed{4928 \text{ possibilités}}$

Problème 4

Participation : CHF 10

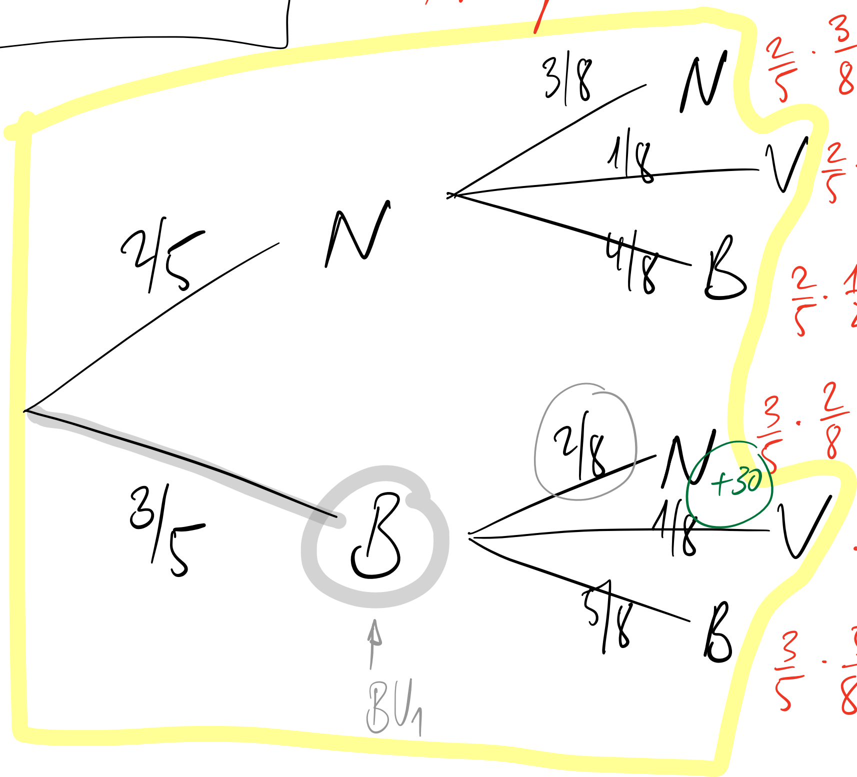
U_1 : 2N 3B

N / B On ajoute...

U_2 : 2N 1V 5B

U_2 : 3N 1V 4B

a)



$\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{8}=\frac{3}{20}$

$\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{20}$

$\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{5}$ ←

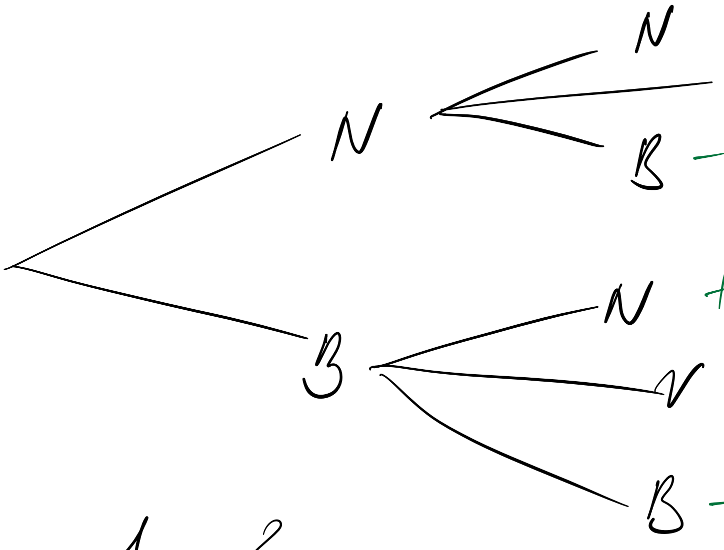
$\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{8}=\frac{3}{20}$

$\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{8}=\frac{3}{40}$

$\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$

b) $p(NB)=\frac{1}{5}=20\,\%$

c)



	Forain
$+30-10=20$	-20
$+10-10=0$	0
$-10=-10$	$+10$
$+30-10=20$	-20
$+10-10=0$	0
$-10=-10$	$+10$

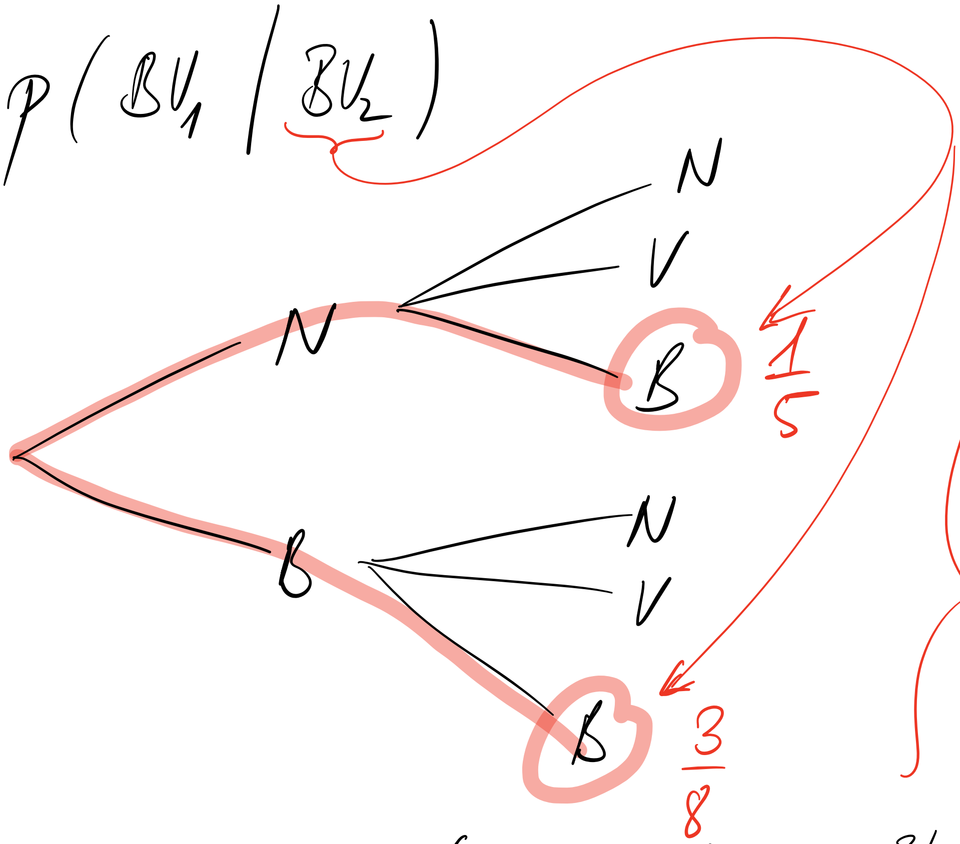
$$p(B)=\frac{1}{5}+\frac{3}{8}$$

$$=\frac{8+15}{40}=\frac{23}{40}=0,575=57,5\,\%$$

d) $P(NU_2 \mid BU_1) \underset{\uparrow}{=} \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 25\% = 0{,}25$

Sur l'arbre

e) $P(BU_1 \overset{8'}{\mid} \underbrace{BU_2})$



Nouvel univers:

$p = \frac{1}{5} + \frac{3}{8} = \frac{23}{40}$

$$P(BU_1 \mid BU_2) = \frac{P(BU_1 \cap BU_2)}{P(BU_2)} = \frac{3/8}{1/5 + 3/8} = \frac{3/8}{23/40}$$

$$= \frac{3}{\cancel{8}} \cdot \frac{\cancel{40}\,5}{23} = \frac{15}{23} \simeq 65{,}22\%$$

f) Soit X le gain du forain

X	-20	0	10	
p(x)	0,3	0,125	0,575	1

$$E(X) = 0{,}3 \cdot (-20) + 0{,}125 \cdot 0 + 0{,}575 \cdot 10$$

$$= -6 + 5{,}75 = \underline{\underline{-0{,}25}}$$

Non. Le forain perd, en moyenne CHF 0,25 par partie.