TE ExpLog 2013

3MS

EXO 1 a) $f(x) = \ln(2x-3)$

$2x-3>0 \Leftrightarrow 2x>3 \Leftrightarrow x>\frac{3}{2}$

$\Rightarrow \ln(2x-3)$ existe $\Leftrightarrow x \in \left]\frac{3}{2}; +\infty\right[$

$$f'(x) = [\ln(2x-3)]' = \frac{1}{2x-3} \cdot (2x-3)'$$

$$= \frac{(2x-3)'}{2x-3} = \frac{2}{2x-3}$$

b) $f(x) = e^{\sqrt{1-x}}$

$1-x \geq 0 \Leftrightarrow 1 \geq x \Leftrightarrow x \leq 1$

$\Rightarrow \sqrt{1-x}$ existe $\Leftrightarrow x \leq 1$

$\Rightarrow ED_f =]-\infty; 1]$

TE Explog 2013 2

3MS

$$f'(x) = \left(e^{\sqrt{1-x}}\right)' = e^{\sqrt{1-x}} \cdot \left(\sqrt{1-x}\right)'$$

$$= e^{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{(1-x)'}{2\sqrt{1-x}}$$

$$= e^{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{-1}{2\sqrt{1-x}}$$

EXO 2

a) $$\lim_{x \to 4} \frac{5x-20}{e^4-e^x} = \ll \frac{5 \cdot 4 - 20}{e^4 - e^4} \gg = \ll \frac{0}{0} \gg$$

INDÉTERMINÉ

$$\lim_{x \to 4} \frac{(5x-20)'}{(e^4-e^x)'} = \lim_{x \to 4} \frac{5}{-e^x} = \frac{5}{-e^4}$$

B.-H.

$$\Longrightarrow \lim_{x \to 4} \frac{5x-20}{e^4-e^x} = \frac{5}{-e^4}$$

b) $\lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{3t-1}{4\ln(t)} = \ll \dfrac{+\infty}{+\infty} \gg$ INDÉTERMINÉ

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{(3t-1)'}{(4\cdot\ln(t))'} = \lim_{t \to +\infty} \frac{3}{4\cdot\frac{1}{x}} = \lim_{t \to +\infty} \frac{3}{4}\cdot x$$

$$= +\infty$$

B.-H.

$$\Rightarrow \lim_{t \to +\infty} \frac{3t-1}{4\ln(t)} = +\infty$$

c) $\lim\limits_{z \to +\infty} \dfrac{e^z}{3z^3} = \ll \dfrac{+\infty}{+\infty} \gg$ INDÉTERMINÉ

$$\lim_{z \to +\infty} \frac{(e^z)'}{(3z^3)'} = \lim_{z \to +\infty} \frac{e^z}{9z^2} = \ll \frac{+\infty}{+\infty} \gg \text{ IND.}$$

$$\lim_{z \to +\infty} \frac{(e^z)'}{(9z^2)'} = \lim_{z \to +\infty} \frac{e^z}{18z} = \ll \frac{+\infty}{+\infty} \gg \text{ IND.}$$

TE Explog 2013

3MS

$$\lim_{z \to +\infty} \frac{(e^z)'}{(18z)'} = \lim_{z \to +\infty} \frac{e^z}{18} = « \frac{+\infty}{18} »$$

$$= +\infty$$

B.-H.

$$\Longrightarrow \lim_{z \to +\infty} \frac{e^z}{3z^3} = +\infty$$

d) $$\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{x+1-\cos(x)} = « \frac{e^0 - e^0}{0+1-1} » = « \frac{0}{0} »$$

INDÉTERMINÉ

$$\lim_{x \to 0} \frac{(e^{2x} - e^{3x})'}{(x+1-\cos(x))'} = \lim_{x \to 0} \frac{2e^{2x} - 3e^{3x}}{1+\sin(x)}$$

$$= \frac{2-3}{1} = -1$$

B.-H.

$$\Longrightarrow \lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{x+1-\cos(x)} = -1$$

$\boxed{\text{TE Explog 2013}}$

3MS

5

Ex 3

$\boxed{f(x) = \ln(x^2 - 6x + 9)}$

Signe de $x^2 - 6x + 9$: $x^2 - 6x + 9 = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 3$

	3	
+	0	+

$\Rightarrow ED_f = \mathbb{R} - \{3\}$

$\boxed{g(x) = \sqrt{16 - 16x + 4x^2}}$

Signe de $16 - 16x + 4x^2$: $16 - 16x + 4x^2 = 0$

$\Leftrightarrow 4(4 - 4x + x^2) = 0$

$\Leftrightarrow 4(2-x)^2$

	2	
+	0	+

$\Rightarrow ED_g = \mathbb{R}$

Les fonctions n'ont pas le même ED

TE Explog 2013

3MS

Ex 4

$ED_f = \mathbb{R}$ car $ED(\text{polynôme}) = \mathbb{R}$

$ED(e^x) = \mathbb{R}$

$ED(-x) = \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Pas d'A.V.

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x^3 - x^2}{e^x} = 0$$

B.-H. (3 fois)

$\Rightarrow$ A.H. en $y = 0$ <u>à droite</u>

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \text{«} -\infty \cdot +\infty \text{»} = -\infty$$

$\Rightarrow$ Pas d'A.H. <u>à gauche</u>

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} \cdot f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{2x^3 - x^2}{x} \cdot e^{-x}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} (2x^2 - x) \cdot e^{-x}$$

$$= \text{«} +\infty \cdot +\infty \text{»} = +\infty$$

$\Rightarrow$ Pas d'A.O. à gauche