Proposition : $a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = a \cdot \dfrac{r^n - 1}{r-1} \qquad n \geq 1$

preuve : Par récurrence sur n.

$\boxed{n=1}$ $\quad ar^0 = a \cdot 1 = a \cdot \dfrac{r^1 - 1}{r-1}$ $\quad = \dfrac{r-1}{r-1} = 1$

$\boxed{n \checkmark \Rightarrow n+1 \checkmark}$ hyp. de réc. $\quad a + ar + \dots + ar^{n-1} = a \cdot \dfrac{r^n - 1}{r-1}$

La somme pour $n+1$ s'écrit :

$$a + ar + \dots + ar^{n-1} + ar^{(n+1)-1} = \underbrace{a + ar + \dots + ar^{n-1}}_{a \cdot \frac{r^n - 1}{r-1}} + ar^n$$

par hyp. de réc.

$$= a \cdot \frac{r^n - 1}{r-1} + a \cdot r^n$$

$$= a \, \frac{r^n - 1 + (r-1) r^n}{r-1}$$

$$= a \cdot \frac{\cancel{r^n} - 1 + r^{n+1} \cancel{- r^n}}{r-1}$$

$$= a \cdot \frac{r^{n+1} - 1}{r-1}$$

CQFD