a) $y = -x^2 + a$ doit passer par $(\pi/2\,;\,1)$

$$\Rightarrow \quad 1 = -\frac{\pi^2}{4} + a \quad \Leftrightarrow \quad a = 1 + \frac{\pi^2}{4}$$

On peut donc écrire :

$$A = \int_0^{\pi/2} \left(1 + \frac{\pi^2}{4} - x^2\right) dx - \int_0^{\pi/2} \sin x \; dx$$

$$= \left(x + \frac{\pi^2}{4}x - \frac{1}{3}x^3\right)\Big|_0^{\pi/2} + \cos x \Big|_0^{\pi/2}$$

$$= \frac{\pi}{2} + \frac{\pi^3}{8} - \frac{1}{3}\frac{\pi^3}{8} + (0 - 1)$$

$$= \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi^3}{24} - 1 = -1 + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi^3}{12} \simeq 3{,}155$$