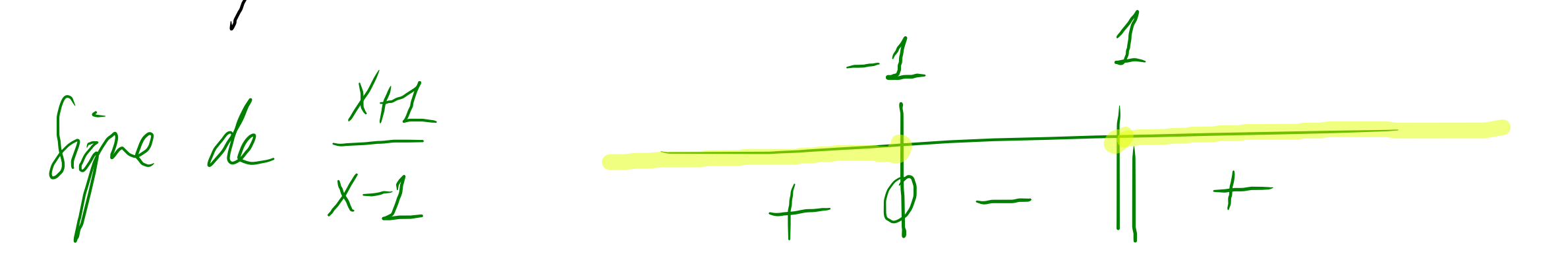
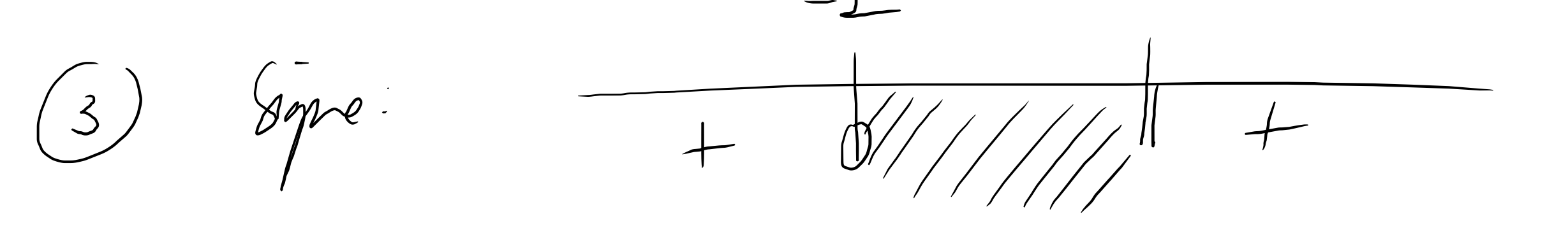


2.10.10 1) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

① $\text{ED}_f =]-\infty; -1] \cup]1; +\infty[$ $f(x) \text{ existe} \Leftrightarrow \frac{x+1}{x-1} \geq 0$



② Zéros: $x = -1$



④ Asymptotes:

A.V. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \ll \sqrt{\frac{2}{0^+}} \gg = +\infty$

A.V. en $x=1$ à droite

A.H. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x-1}} = \sqrt{1} = 1$

A.H. en $y=1$ des deux côtés

~~A.O.~~ Etude de positivité $f(x) - 1 = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - 1$ A.V.

$x > 1$

$x+1 > 0$ et $x-1 > 0$

$x+1 > x-1 \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} > 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} > 1$

$\Rightarrow f(x) - 1 > 0 \Rightarrow f$ est en dessous de $y=1$

$x < -1$

$\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \sqrt{\frac{-1-x}{1-x}} < 1$ 70

$\Rightarrow f$ est en dessous de $y=1$ 70

(car $-1-x < 1-x$)

5) Dérivée & croissance :

$$\left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right)' = \left(\left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \frac{1}{2} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)'$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{x-1 - (x+1)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-2}{(x-1)^2}$$

$$= - \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{(x-1)^2} \left(\frac{1}{(x-1)^4} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= - \left(\frac{x-1}{(x+1)(x-1)^4} \right)^{\frac{1}{2}} = - \left(\frac{1}{(x+1)(x-1)^3} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow$ Pas de solution



lim_{x → -1} f'(x) = -∞
 <

⑥ Dérivée seconde & courbure :

$$\left(\frac{1}{(x+1)(x-1)^3} \right)^{1/2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(x+1)(x-1)^3} \right)^{-1/2} \cdot \frac{-((x+1)(x-1)^3)'}{(x+1)^2(x-1)^6}$$

$$= \frac{1}{2} \left((x+1)(x-1)^3 \right)^{1/2} \cdot \frac{(x-1)^3 + (x+1)(x-1)^2 \cdot 3}{(x+1)^2(x-1)^6}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{(x+1)(x-1)^3}{(x+1)^4(x-1)^{12}} \right)^{1/2} \cdot (x-1)^2(x-1+3x+3)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(x+1)^3(x-1)^9} \right)^{1/2} (x-1)^2(4x+2)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(x+1)^3(x-1)^5} \right)^{1/2} (4x+2)$$

$$x = -\frac{1}{2} \notin D_f$$



⑦ Graph

