a) La population mère suit un modèle normal. $\mathcal{N}(4{,}1\,;\ 1{,}35^2)$

$\xRightarrow{TCL}$ La distribution des moyennes des échantillons de taille 22 suit une loi normale.

b) $n = 22 \ / \ N = 115$

$$20 \cdot n = 20 \cdot 22 = 440 > 115 = N$$

La population est petite :

$$\frac{1{,}35}{\sqrt{22}} \cdot \sqrt{\frac{115-22}{115-1}} \simeq 0{,}26$$

c) $P(3{,}5 < X < 4{,}5)$

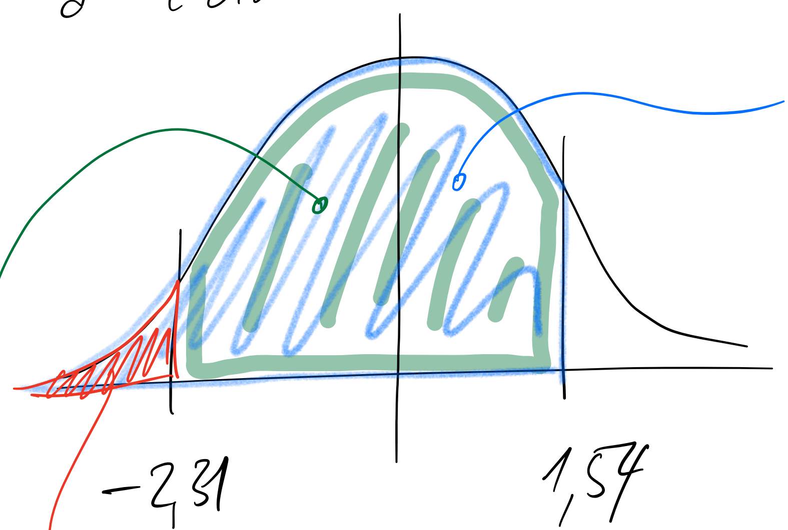
$$z = \frac{3{,}5-4{,}1}{0{,}26} = \frac{-0{,}6}{0{,}26} \simeq -2{,}31$$

$$z = \frac{4{,}5-4{,}1}{0{,}26} = \frac{0{,}4}{0{,}26} \simeq 1{,}54$$

On doit donc déterminer

$$p(-2{,}31 < z < 1{,}54)$$

à l'aide de la table de $N(0;1)$.



$p(z<1{,}54) \simeq 93{,}82\,\%$

$p(z<-2{,}31) = 100\,\% - p(z<2{,}31)$

$\simeq 100\,\% - 98{,}96\,\% = 1{,}04\,\%$

$p(-2{,}31<z<1{,}54) \simeq 93{,}82 - 1{,}04 \simeq 92{,}78\,\%$

Il y a donc 92,78% de chances que la moyenne des 22 élèves soit comprise entre 3,5 et 4,5.

d) $$z = \frac{4{,}6 - 4{,}1}{0{,}26} = \frac{0{,}5}{0{,}26} \simeq 1{,}92$$

Pour estimer la probabilité d'une telle moyenne, on calcule $p(z > 1{,}92)$ avec la table de $\mathcal{N}(0;1)$.

$$p(z > 1{,}92) = 100\% - p(z < 1{,}92)$$

$$\simeq 100\% - 97{,}26\%$$

$$= 2{,}74\%$$

Il est probable que la classe a particulièrement bien réussi cet examen.