5. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 0 & a \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $a \neq 0$

$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $a \neq 0$; $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$ $a, c \neq 0$

7. a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & h \\ 0 & 0 & 7-2h \end{pmatrix}$ $L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$

La matrice est cohérente si $7-2h = 0 \Leftrightarrow h = 3{,}5$.

b) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 0 & h+15 & 3 \end{pmatrix}$ $L_2 \leftarrow L_2 - 5L_1$

La matrice est cohérente si $h+15 \neq 0 \Leftrightarrow h \neq -15$

8. a) $\begin{pmatrix} 1 & h & 2 \\ 4 & 8 & k \end{pmatrix}$

$L_2 \leftarrow L_2 - 4L_1$

$\begin{pmatrix} 1 & h & 2 \\ 0 & 8-4h & k-8 \end{pmatrix}$

$\boxed{h = 2 \,/\, k = 8}$ $\quad x_1 = -2x_2 + 2$

Une infinité de solutions.

$\boxed{h = 2 \,/\, k \neq 8}$ $\quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & k-8 \end{pmatrix}$

La matrice est incohérente : pas de solutions.

$\boxed{h \neq 2}$ $\quad \begin{cases} x_1 + h x_2 = 2 \\ (8-4h)\, x_2 = k-8 \end{cases}$

$$\begin{cases} x_1 = -h x_2 + 2 \\ x_2 = \dfrac{k-8}{8-4h} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 = -h \cdot \dfrac{k-8}{8-4h} + 2 \\ x_2 = \dfrac{k-8}{8-4h} \end{cases}$$

Il y a dans ce cas une unique solution.

b) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & h & k \end{pmatrix}$ $\quad L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & h-9 & k-6 \end{pmatrix}$$

$\boxed{h = 9 \,/\, k = 6}$ Une ∞té de solutions.

$\boxed{h = 9 \,/\, k \neq 6}$ $\emptyset$

$\boxed{h \neq 9}$ Une solution unique.