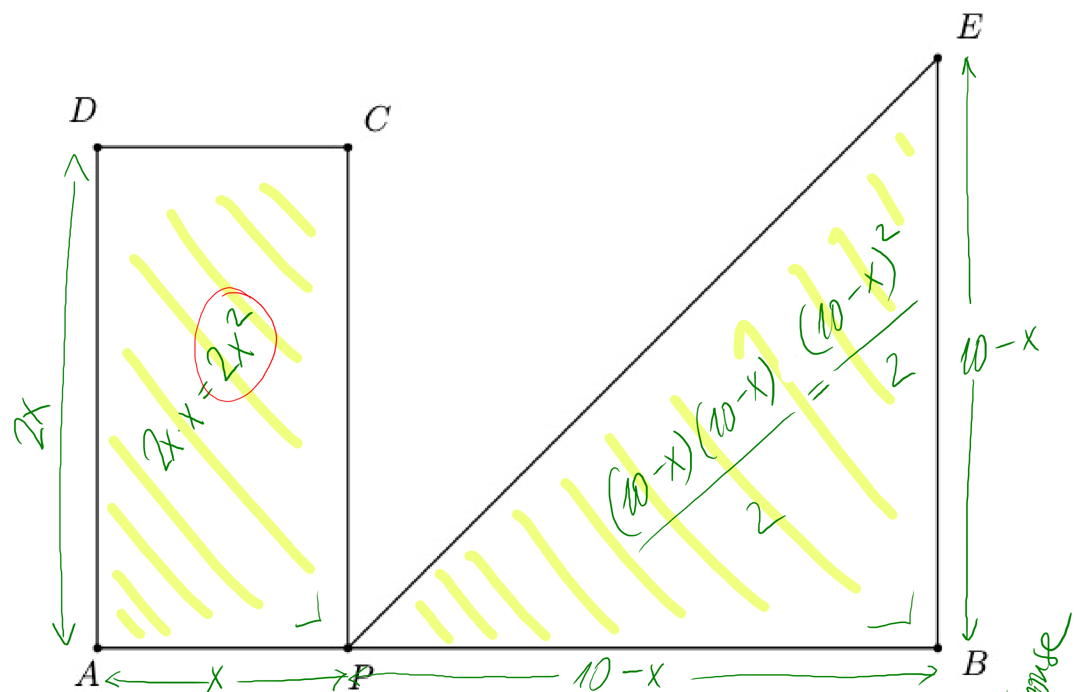
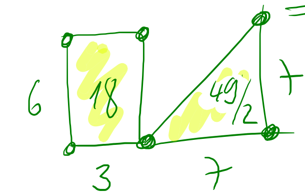
2.13 Soit un segment AB dont la longueur vaut 10 cm. Soit un point P sur AB. On construit le rectangle $APCD$ avec $CP = 2\,AP$. On construit également le triangle PBE isocèle et rectangle en B. Posons $x = AP$.



a) $\boxed{x=3}$ $\quad A = 42{,}5 \text{ cm}^2$



b) $2x^2 + \frac{(10-x)^2}{2} =$

$2x^2 + \frac{(10-x)(10-x)}{2} =$

$2x^2 + \frac{100 - 10x - 10x + x^2}{2} =$

$2x^2 + 50 - 10x + \frac{1}{2}x^2 =$ $\quad 0{,}5x^2$

Réponse $\boxed{2{,}5x^2 - 10x + 50}$

a) Si $x = 3$, calculer l'aire du rectangle $APCD$ et l'aire du triangle PBE.

b) Déterminer la somme des aires du rectangle $APCD$ et du triangle PBE en fonction de x.

c) Déterminer x pour que la somme des aires soit égale à 50 cm^2.

d) Pour quelles éventuelles valeurs de x cette somme est-elle minimale ?

c) Aire totale

$2{,}5x^2 - 10x + 50 = 50$

$2{,}5x^2 - 10x + \underbrace{\cancel{50} - \cancel{50}}_{0} = 0$

$2{,}5x^2 - 10x = 0$

$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 2{,}5 \cdot \underbrace{0}_{0} = 100$

$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot 2{,}5} = \frac{10 \pm 10}{5} \begin{cases} 4 \\ 0 \end{cases}$

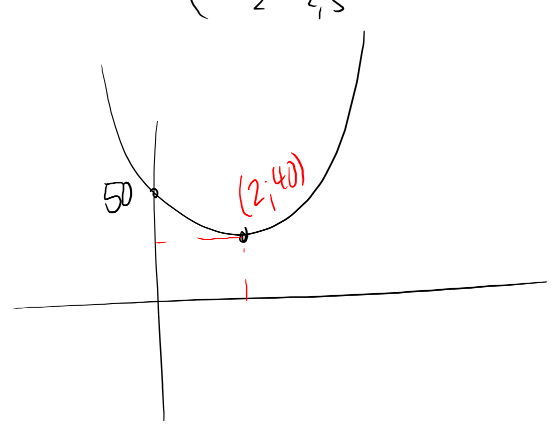
Réponse : si $x = 4$ ou que $x = 0$, la surface totale vaut 50

d) $2{,}5x^2 - 10x + 50$

$S = \left(\frac{-(-10)}{2 \cdot 2{,}5} ; ?\right) = \left(\frac{10}{5} ; ?\right) = (2 ; ?)$

$= (2 ; 2{,}5 \cdot 4 - 20 + 50)$

$= (2 ; 40)$



Si $x = 2$, l'aire totale est minimale ; elle vaut 40 cm^2.