TE OS 24/09/2026

1.1.1 a' 1.1.14

Σ

1.2.1 abegh

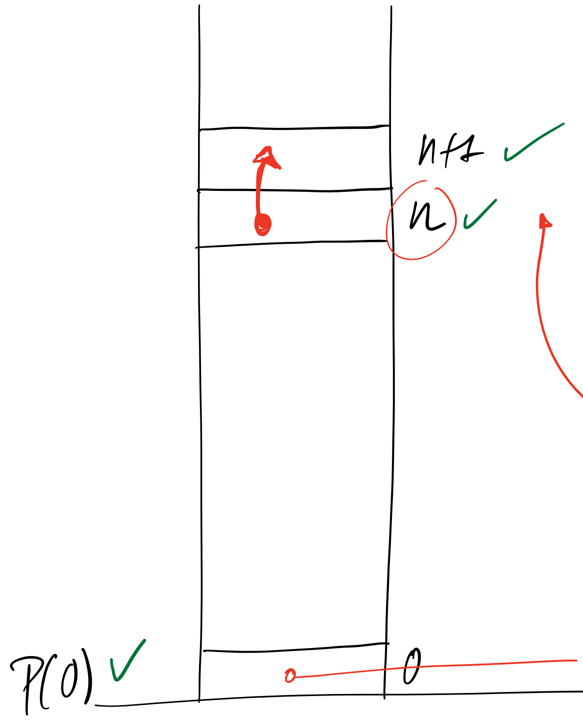
1.2.2 abcd

1.2.6

1.2.11 ab

1.1.11 sans le code

Récurrence



ON PEUT MONTER D'UN ÉTAGE DEPUIS L'ÉTAGE n

ENTRER

(Ancrage de la récurrence)

$P(n)$ à démontrer

Exemple :

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}} \quad P(n)$$

$$1 + 8 + 27 + 64 + 125 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$\boxed{n=1}$

$$\sum_{k=1}^{1} k^3 = 1^3 = 1$$

$$\frac{1^2(1+1)^2}{4} = \frac{1^2 \cdot 2^2}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad ✓$$

$P(1)$ est vraie

$$\boxed{n \checkmark \Rightarrow (n+1) \checkmark}$$

hyp. réc.
$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \checkmark$$

$$\sum_{k=1}^{n+1} k^3 = \sum_{k=1}^{n} k^3 + (n+1)^3$$

hyp. réc.
$$= \frac{n^2(n+1)^2}{4} + \frac{4(n+1)^3}{4}$$

$$\frac{n^2(n+1)^2+4(n+1)(n+1)^2}{4}$$

$$= \frac{(n^2+4n+4)(n+1)^2}{4}$$

$$= \frac{(n+2)^2(n+1)^2}{4} = \frac{(n+1)^2((n+1)+1)^2}{4}$$

formule pour $n+1$

CQFD

$$\sum_{k=1}^{n+1} k^3 = \underbrace{1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+\dots+(n-1)^3+n^3}_{\sum_{k=1}^{n} k^3} + \underbrace{(n+1)^3}_{}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 \quad + (n+1)^3$$

$$\sum_{k=-n}^{n} (k+1) = \sum_{k=-n}^{n} k + \underbrace{\sum_{k=-n}^{n} 1}_{2n+1}$$

$$(-n+1) + (-n+1+1) + (-n+2+1) + \dots + 0 + 1 + \dots + n+1$$

$$\underbrace{\underbrace{-n \qquad -1}_{n \text{ termes}} \quad 0 \quad \underbrace{1 \qquad n}_{n \text{ termes}}}_{2n+1 \text{ termes}}$$

$$\sum_{k=-n}^{n} k = \sum_{k=-n}^{-1} k + 0 + \sum_{k=1}^{n} k$$

$$= \sum_{k=1}^{n} -k + 0 + \sum_{k=1}^{n} k = 0$$

$\boxed{1.1.11}$

$$\sum_{i=2}^{45} 1 = \sum_{i=0}^{43} 1 = \sum_{i=49}^{92} 1 = 44 \cdot 1$$

$$\sum_{i=10}^{20} i = \sum_{i=0}^{10} (i+10)$$

$$10 + 11 + \ldots + 20 = (0+10)(1+10)(2+20) + \ldots + (10+10)$$

$\boxed{1.1.5}$

$$\sum_{i=0}^{n} 1 = \underset{0}{1} + \underset{1}{1} + \cdots + \underset{n}{1} = (n+1)\cdot 1$$

$$= n+1$$

compteur

$\boxed{1.1.17}$ $\quad m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ $\quad \sum$

$$\frac{1}{n}\sum (x_i - m)^2 = \frac{1}{n}\sum \left(x_i^2 - 2x_i m + m^2\right)$$

$$= \frac{1}{n}\left(\sum x_i^2 - 2m\sum x_i + \sum m^2\right)$$

Indépendant de i

$$-\sum 2x_i\cdot m = -\sum 2\cdot m\cdot x_i$$

$$= -2m\sum x_i$$

$$\sum m^2 = m^2 \sum 1 = m^2\cdot n$$

$$= \frac{1}{n}\sum x_i^2 - 2m\cdot \underbrace{\left(\frac{1}{n}\sum x_i\right)}_{m} + \frac{1}{\cancel{n}}\cdot m^2\cdot \cancel{n}$$

$$= \frac{1}{n} \sum x_i^2 - 2m^2 + m^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - m^2$$