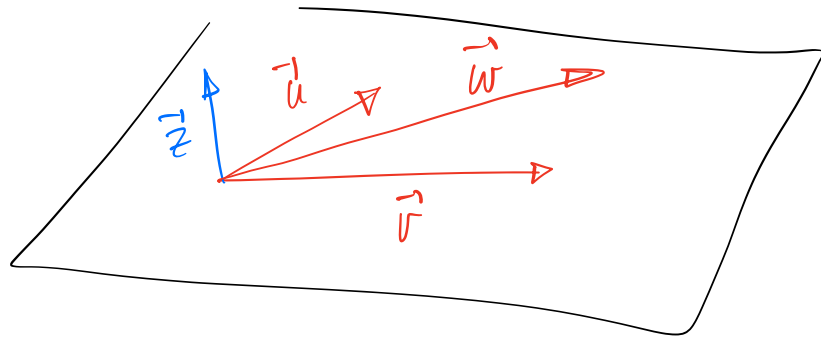


Coplanarité



\vec{u} et \vec{v} sont f.r.s coplanaires

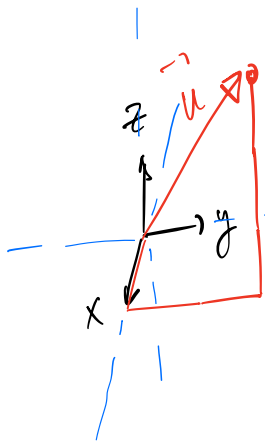
\vec{u} , \vec{v} et \vec{w} sont coplanaires, dans ce cas.

\vec{u} , \vec{w} et \vec{z} ne sont pas coplanaires.

En composantes :

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

\vec{u} , \vec{v} et \vec{w} sont-ils coplanaires ?



Critère du déterminant

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = + \underbrace{\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}_{\text{det. d'ordre 2}} - \overset{\text{obligé}}{(2)} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

↑ note colonne

$$= 1 \cdot \underbrace{(-2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1))}_{-4 - (-1)} - 2 \cdot (1 \cdot 2 - 1 \cdot 3) + 3 \cdot \underbrace{(1 \cdot (-1) - (-2) \cdot 3)}_5$$

$$= -3 + 2 + 15 = 14 \neq 0$$

⇒ Non.

↑
 $\textcircled{=0} \Rightarrow$ coplanaires
 $\textcircled{\neq 0} \Rightarrow$ libres / non coplanaires

Cramer

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} - 0 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}}_0 + 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 3 - 0 \cdot (-2) + 0 + 2 \cdot (-2) + 1$$

$$= 3 - 4 - 1 = -2 \neq 0 \text{ non coplanaires}$$

Coplanarite: 1.3.4 / 1.3.5