

Soit $a, b \in \mathbb{Z}$, avec $b > 0$.

On sait qu'il existe q, r des entiers
uniques, tq. $a = b \cdot q + r$ et $0 \leq r < b$.

Ce qui implique que $\frac{a}{b} = q + \frac{r}{b}$

Vu que $0 \leq r < b$, $0 \leq \frac{r}{b} < 1$.

Cela implique que q est le seul nombre
entier tel que $\frac{a}{b} = q + \varepsilon$ avec $0 \leq \varepsilon < 1$.

$$\uparrow$$
$$\frac{r}{b}$$

On peut donc écrire : $\frac{a}{b} = \lfloor \frac{a}{b} \rfloor + \frac{r}{b}$

$$\Leftrightarrow a = b \lfloor \frac{a}{b} \rfloor + r$$

$$\Leftrightarrow a \bmod b = r = a - b \cdot \lfloor \frac{a}{b} \rfloor \quad \square$$