

b) Il suffit de montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\sum_{k=0}^{n-1} r^k = \frac{r^n - 1}{r - 1}$

① vraie pour $n=1$: $r^0 = 1$ et $\frac{r^1 - 1}{r - 1} = 1$

② Supposons que $\sum_{k=0}^{n-1} r^k = \frac{r^n - 1}{r - 1}$ et montrons que

$$\sum_{k=0}^n r^k = \frac{r^{n+1} - 1}{r - 1}$$

$$\sum_{k=0}^{n+1} r^k = \frac{r^n - 1}{r - 1} + r^{n+1} = \frac{r^n - 1 + r^{n+1} - r^n}{r - 1} = \frac{r^{n+1} - 1}{r - 1}$$

Remarquons que la preuve directe est immédiate!