

Exercice 1.2.11 a)

$$2) \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (1+x)^n \geq 1+nx \quad x \geq 0$$

$$\textcircled{1} \quad n=0, \quad 1+x \geq 1 \quad \Rightarrow \quad (1+x)^0 = 1 \geq 1+0 \quad \checkmark$$

$\textcircled{2}$ Supposons que $(1+x)^n \geq 1+nx$ est montrés
que $(1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)x$

$$(1+x)^{n+1} \geq (1+nx)(1+x) = 1+x+nx+nx^2 = (1+x) + \underbrace{1+nx}_{\geq 0} + nx^2 \geq 1+(n+1)x$$

Donc $(1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)x$

Donc si $(1+x)^n \geq 1+nx$ est vraie, alors $(1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)x$ est aussi vraie

$$\forall n \in \mathbb{N}, \text{ on a } (1+x)^n \geq 1+nx.$$