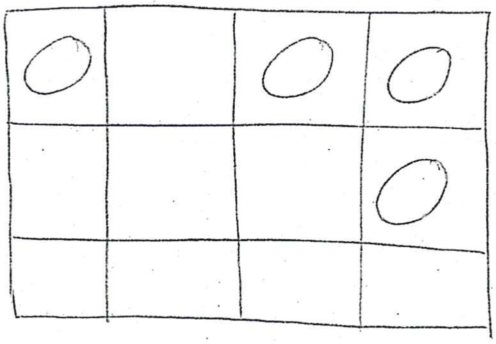
$\boxed{3.6.33}$

3MCP

a)



On commence par choisir 4 emplacements parmi les 12 possibles, sans tenir compte de l'ordre: C_4^{12} possibilités.

On pose ensuite les 4 jetons de couleurs différentes dans les 4 cases:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! \text{ possibilités.}$$

Il y a donc $C_4^{12} \cdot 4!$ manières de placer les jetons.

b) Il y a trois façons de placer le jeton jaune dans la première colonne.

$\boxed{3.6.33}_2$ 3MCP

Il reste alors 3 jetons à placer dans 9 cases. On procède comme à la question a): $C_3^9 \cdot 3!$

La réponse à la question b) est donc :

$$3 \cdot C_3^9 \cdot 3!$$

c) On procède de manière analogue :

$$C_2^3 \cdot C_2^9 \cdot 4!$$

Placement des jetons

Choix des deux emplacements dans la ~~4ème~~ 3ème colonne

Choix des deux emplacements restants dans les 3 autres colonnes

$\boxed{3.6.3B}_3$ 3MCP

d) On distingue deux cas:

(1) Exactement 2 jetons dans la 4ème colonne

(2) Exactement 3 jetons dans la 4ème colonne

Le nombre de possibilités pour le cas (1) est le même que le nombre de possibilités de la question c): $C_2^3 \cdot C_2^9 \cdot 4!$

Pour le cas (2), on compte comme suit:

$$C_3^3 \cdot C_1^9 \cdot 4!$$

Dans la 4ème colonne...

La solution est donc: $C_2^3 \cdot C_2^9 \cdot 4! + 9 \cdot 4!$

$\boxed{3.6.34}$ 3MCP

a) $C_7^{35} \cdot C_4^7 \cdot C_3^3$

Placer les 3 jaunes dans les 3 cases qui restent (1 choix !)

Choisir 7 cases parmi les 35 du damier

Choisir 4 cases parmi les 7 déjà choisies pour y mettre les 4 bleus.

b) $C_4^4 \cdot C_3^{31}$

Placer les 3 jaunes dans les 31 cases restantes.

Placer les 4 bleus dans les cases 1, 2, 3 et 4.

c) $C_3^5 \cdot \underbrace{C_1^3 \cdot C_2^2} \cdot C_4^{30} \cdot \underbrace{C_1^4 \cdot C_3^3}$

4 cases parmi celles qui restent

3 cases dans la 1ère colonne

Placer le bleu, puis les 2 jaunes

Placer le jaune, puis les 3 bleus.

$\boxed{3.6.35}$ 3MCP

a) $C_6^{10} \cdot 30^6 = 153\,090\,000000$

Pour chaque colonne, 30 emplacements possibles

Choisir 6 colonnes

b) $C_6^{30} \cdot 10^6 = 593.775\,000\,000$

Pour chaque ligne, 10 emplacements possibles

Choisir 6 lignes

c) On place les jetons les uns après les autres:

$$\overset{j1}{300} \cdot \overset{j2}{(300-(40-1))} \cdot \overset{j3}{(300-(40-1+40-3))} \cdot \overset{j4}{(300-(40-1+40-3+40-5))}$$

$$\cdot \underset{j5}{(300-(40-1+40-3+40-5+40-7))} \cdot$$

$$\overset{j6}{(300-(40-1+40-3+40-5+40-7+40-9))}$$

Il faut encore diviser par 6! (~~ordre~~):

$$300 \cdot 261 \cdot 224 \cdot 189 \cdot 156 \cdot 125 \cdot \frac{1}{6!} =$$

$$89\,778\,780\,000$$

$\boxed{3.6.36}$ 3MCP

a) Il s'agit d'un problème de "type MISSISSIPPI" :

$$\frac{7!}{2!\,3!\,2!}$$

b) On distingue deux cas :

1 1 1 □ □ □ □ □

Reste à placer $3\times$ 2 et $2\times$ 3 :

$$\frac{5!}{3!\,2!}$$

2 12 □ □ □ □ □ : $\frac{5!}{2!\,2!}$

La solution est donc :

$$\frac{5!}{3!\,2!}+\frac{5!}{2!\,2!}$$

$\boxed{3\ 6.37}$ 3R 5B 2V 3MCP

a) $C_4^5 = 5$ car tous les timbres doivent être rouges.

b) On distingue trois cas :

1 $\cancel{R}$ 2 $\cancel{B}$ 3 $\cancel{V}$

1 On choisit 4 timbres parmi les 7 restants, mais ils ne doivent pas être tous rouges : $C_4^7 - C_4^5$

2 C_4^5

3 $C_4^8 - C_4^5$

La solution est donc

$$C_4^7 + C_4^8 - C_4^5 = 100$$

$\boxed{3.6.37}_2$ 3MCP

c) La réponse à la question a) donne le nombre de façons de choisir 4 timbres de même couleur.

La réponse à la question b) donne le nombre de façons de choisir 4 timbres de sorte à avoir exactement deux couleurs présentes.

Le nombre de tous les choix possibles est $C_4^{10} = 210$.

La réponse à la question c) est donc:

$$210 - 100 - 5 = 105$$

3.6.38

3MCP

a) Un chemin peut être vu comme un "mot" de 11 lettres formé uniquement avec des H et des D. La lettre H représente un segment vertical dirigé vers le haut et la lettre D un segment horizontal dirigé vers la droite. Typiquement:

DHHDDDHDDHD

représente un chemin (celui de l'illustration). Pour qu'un mot de ce genre représente un chemin, il doit compter 4 fois la lettre H et 7 fois la lettre D.

$\boxed{3 \boxed{6.38}}_2$ 3MCP

Il y a donc $C_4^{11} = C_7^{11}$ chemins possibles reliant O à P.

b) On compte le nombre de chemins reliant O à A :

$$C_2^6 = C_4^6$$

et le nombre de ceux qui relient A à P :

$$C_2^5 = C_3^5$$

Il y a donc $C_2^6 \cdot C_2^5$ chemins qui relient O à P en passant par A.