3E

$\boxed{3.6.1}$

6 places à répartir "sur 5 personnes"

$\square\ \square\ \square\ \square\ \square$

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 720 = A_5^6$

6 personnes à répartir dans 6 places

$\square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square$

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 = 6! = P_6$

3.6.2 3E

$\square \square \square \square \square \square$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 = 64$

Chaque point peut être en relief ou pas.

On représente ces points en ligne, ce qui ne change pas le nombre de possibilités.

Le "modèle des cases" nous permet alors de voir les 6 points en relief ou pas comme 6 cases avec 2 choix pour chaque case.

Il y a finalement $64 - 1 = 63$ possibilités, car la solution "6 points pas en relief" n'est pas considérée comme un symbole

$\boxed{3.6.3}$ 3E

a) $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 = 26^4 = 456\,976$

b) $26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = A_4^{26} = 358\,800$

Dans le cas a) :

- On tient compte de l'ordre ;
- on peut répéter les lettres.

Dans le cas b) :

- On tient compte de l'ordre ;
- on ne peut pas répéter les lettres.

3E

$\boxed{3.6.4}$

$$\frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43 \cdot 42 \cdot 41 \cdot 40}{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= \frac{52!}{(52-13)! \cdot 13!}$$

Poser 13 cartes alignées devant soi...

"Tuer l'ordre"

$$= C_{13}^{52}$$

"Le choix de 13 parmi 52, sans tenir compte de l'ordre"

$$\cong 6.350 \cdot 10^{11}$$

3E

$\boxed{3.6.5}$

$$\underbrace{2,3,5,6,7,9}_{\text{six chiffres}}$$

□ □ □

$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

Les chiffres doivent êtres distincts ; on ne peut pas les répéter.

$\boxed{< 400}$ On a deux possibilités :

2 □ □

$5 \cdot 4 = 20$

3 □ □

$5 \cdot 4 = 20$

$$\left.\begin{matrix} 5 \cdot 4 = 20 \\ 5 \cdot 4 = 20 \end{matrix}\right\} 20 + 20 = 40$$

$\boxed{\text{Impairs}}$ Ils doivent se terminer par un chiffre impair :

□ □ □

$4 \cdot 5 \cdot 4 = 80$

On compte les possibilités de gauche à droite...

3.6.5 (Suite)

3E

Multiples de 5

Un multiple de 5 se termine par un 0 ou un 5.

Comme le 0 n'est pas dans notre liste, tous nos multiples de 5 sont de la forme suivante :

$$\square \ \square \ 5$$

$$5 \cdot 4 \cdot 1 = 20$$

Il y a donc 20 multiples de 5 parmi nos 120 nombres.

3E

$\boxed{3.6.6}$ 5 couleurs dans 5 cases:

$\square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square$

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$

Pour chaque choix de couleurs on a:

$\square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square$

$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^5$

choix de nombres.

Il y a, finalement, $5! \cdot 6^5$ possibilités

933'120

3E

$\boxed{3.6.7}$

$\square \quad \square \quad \square \quad \square$

$10 \cdot 4 \cdot 11 \cdot 9 = 3960$

$\boxed{3.6.8}$

a) Chaque occupant peut choisir un nombre compris entre 1 et 8. On peut choisir plusieurs fois le même.

$\square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square$

$8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 32\,768$

b) On donne un ticket portant un numéro compris entre 1 et 8 à chaque occupant. Il n'y a que 8 tickets.

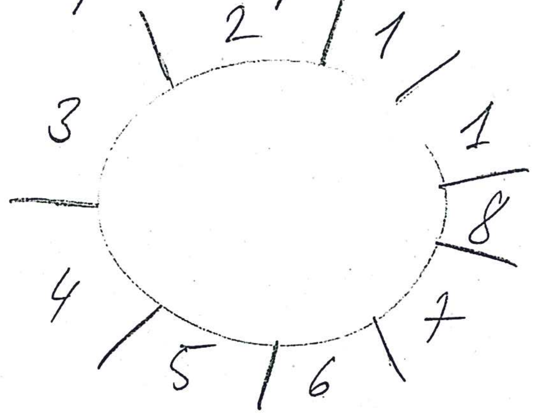
$\square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square$

$8 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4 = A_5^8 = 6720$

3.6.9

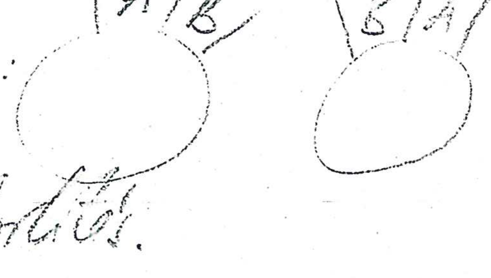
3E

a) Lorsqu'on tourne la table, la place <u>relative</u> d'une personne par rapport aux autres ne change pas.
La première personne peut donc choisir n'importe quelle place. Cela "ne compte pas."



Il y a donc $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8!$ possibilités

b) Il y a deux façons d'asseoir les deux personnes placées côte à côte:



Il reste ensuite $7!$ possibilités.

$\Rightarrow$ $2 \cdot 7!$ est la solution

$\boxed{3.6.10}$ 3E

5 ROUGES 2 BLANCHES 3 BLEUES

5 X 2 Y 3 Z

Combien de mots formés avec les lettres $\boxed{XXXXXYYZZZ}$?

Il s'agit d'un problème de type MISSISSIPPI...

$$\Rightarrow \frac{10!}{5!\cdot 2!\cdot 3!}$$ donne la solution.

Il y a 2520 façons d'aligner ces 10 boules.

$\boxed{3.6.11}$

3E

M i S P
i S P
i S
i S

$$\frac{11!}{4!\,4!\,2!}$$

Comme si on avait 11 symboles.

Les 2 P également.

Les 4 i sont identiques!

Les 4 S aussi...

$\boxed{S}\;\square\;\square\;\square\;\square\;\square\;\square\;\square\;\square\;\square\;\boxed{S}$ On bloque les deux S.

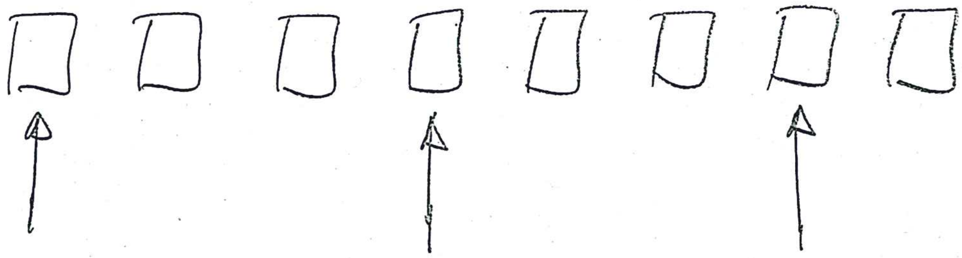
Reste 9 lettres: M i S P
i S P
i
i

C'est un problème "plus petit"

Solution: $\dfrac{9!}{4!\cdot 2!\cdot 2!}$

3E

$\boxed{3.6.12}$



Dans les trois places fléchées, on répartit les 3 consonnes, toutes différentes : 3! solutions.

Reste O U E à répartir dans les
O U
cinq cases restantes : $\dfrac{5!}{2!\cdot 2!} =$

Il y a donc

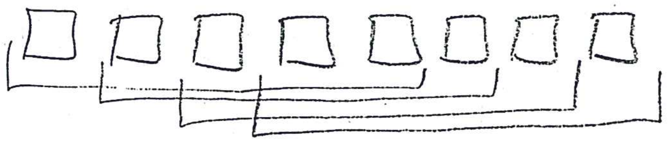
$$6 \cdot 30 = 180 \text{ possibilités.}$$

$\boxed{3.6.14}$ 3E

a) $8! = 40\,320$

b) $2! \cdot 7! = 10\,080$

c) $4! \cdot 4! \cdot 2 = 1152$

d) 

Il y a 4 façons de mettre les 5 hommes tous ensemble. $(= 2880)$
Il y a donc $4 \cdot 5! \cdot 3!$ façons d'asseoir les 8 personnes dans ce cas de figure.

e) $4! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! = 4! \cdot 2^4$
$= 384$

$\boxed{3.6.16}$

3E

a) On choisit 4 parmi 25 sans tenir compte de l'ordre.

Le nombre de comités vaut donc

$$C_4^{25} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4!} = 12650$$

b)

$$\begin{array}{cccc} p & vp & t & s \\ \square & \square & \square & \square \end{array}$$

$$25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 = A_4^{25}$$

$$= 303\,600$$

3E

$\boxed{3.6.20}$ C'est un "groupe de cartes", donc ~~ordre~~.

a) $\boxed{A_1}\ \boxed{A_2}\ \boxed{A_3}\ \boxed{A_4}\ \boxed{}$

$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 32 = 32$

b) $C_2^4 \cdot C_2^4 \cdot 28 = 6 \cdot 6 \cdot 28$

$= 1008$

c) "Verre plein"

$\left\{ \begin{array}{ll} \text{1 as exactement :} & C_1^4 \cdot C_4^{32} = 143840 \\ \text{2 as exactement :} & C_2^4 \cdot C_3^{32} = 29760 \\ \text{3 as exact. :} & C_3^4 \cdot C_2^{32} = 1984 \\ \text{4 as exact. :} & C_4^4 \cdot C_1^{32} = 32 \end{array} \right.$

$175\ 616$

---

0 as : $C_0^4 \cdot C_5^{32} = 201\ 376$

tous les cas : $C_5^{36} = 376\ 992$

$\Rightarrow$ Au moins 1 as : $376\ 992 - 201\ 376$

3E

$\boxed{3.6.22}$

On dessine une case pour chaque résultat :

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3

Il y a trois résultats possibles pour chaque case, et donc :

$$3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3 = 3^{13}$$

$= 1\,594\,323$ possibilités...

$\boxed{3.6.24}$ 3E

On choisit 6 nombres parmi 45

Vu qu'on considère des "groupes" de 6 nombres, l'ordre ne compte pas. S'on les choisit dans un autre ordre, on retrouve le même groupe.

Il y a donc $C_6^{45} = 8\,145\,060$ façons de remplir cette grille.

Il y a 1 façon de marquer les 6 numéros correctement.

Il y a C_6^{39} façons de ne marquer aucun point.

choisir 3 "numéros faux"

Il y a $C_3^6 \cdot C_3^{39}$ façons de marquer exactement trois points.

choisir 3 "numéros justes"

3.6.27

3E

a) $C_5^{40} = \frac{40!}{(40-5)!\,5!} = \frac{40\cdot 39\cdot 38\cdot 37\cdot 36}{5!}$

$= 658\,008$

choisir 2 parmi 15
~~ordre~~

b) $C_3^{25} \cdot C_2^{15} = 241\,500$

choisir 3 parmi 25
~~ordre~~

$= 484\,380$

c) On distingue 3 cas:

Exact 3 dames: $C_3^{25} \cdot C_2^{15} = 241\,500$

Exact 4 dames: $C_4^{25} \cdot C_1^{15} = 189\,750$

Exact 5 dames: $C_5^{25} \cdot C_0^{15} = C_5^{25} = 53\,130$

$\Rightarrow$ Au moins 3 dames: $241\,500 + 189\,750 + 53\,130$