3.5.3

3MCP

a) Un bouquet étant considéré comme un groupe de fleurs, on ne tient pas compte de l'ordre. Le choix de 7 objets parmi 12 se calcule comme suit :

$$C_7^{12} = \frac{12!}{5!\,7!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{7!}$$

$$= 792$$

Il y a donc 792 bouquets possibles.

b) i) Pour former un bouquet comportant exactement 4 roses et 3 gerberas, on commence par choisir séparément les roses et les gerberas.

$\boxed{\boxed{3.5}.3}_2$ 3MCP

Il y a C_4^8 choix de 4 roses parmi 8 roses. $C_4^8 = \frac{8!}{4!4!} = 70$

De même, il y a C_3^4 choix de 3 gerberas. $C_3^4 = \frac{4!}{1! \cdot 3!} = 4$

Vu que pour chaque choix d'un mini-bouquet de 4 roses, tous les choix de 3 gerberas sont ouverts, on calcule le nombre total des bouquets comptant exactement 4 roses et 3 gerberas en multipliant les résultats partiels du haut de la page:

$$70 \cdot 4 = 280$$

$\boxed{3.5.3}$ 3MCP

b) ii) On veut savoir combien de bouquets comptent au moins 1 gerbera. Pour déterminer ce nombre, on doit distinguer les différents cas :

Exactement 1 G : $C_1^4 \cdot C_6^8 = 4 \cdot 28$

Exactement 2 G : $C_2^4 \cdot C_5^8 = 6 \cdot 56$

Exactement 3 G : $C_3^4 \cdot C_4^8 = 4 \cdot 70$

Exatement 4 G : $C_4^4 \cdot C_3^8 = 1 \cdot 56$

Le nombre de bouquets comptant au moins 1 gerbera vaut donc :

$112 + 336 + 280 + 56 = 784$

$\boxed{3.5.3}$ 4 3MCP

On aurait pu aussi trouver le nombre de bouquets qui ne contiennent pas de gerbera.

Exactement 0 G : $C_0^4 \cdot C_7^8 = 1 \cdot 8$

Pour déterminer le nombre de bouquets comptant au moins 1 gerbera, il suffit alors de soust 8 du nombre total de bouquets, calculé à la question a) :

$$792 - 8 = 784$$

Il y a donc 784 bouquets qui comptent au moins un gerbera.

3.6.20 | 3MCP

a) $\underbrace{\square \quad \square \quad \square \quad \square}_{1} \quad \underset{\underset{32}{\uparrow}}{\square}$

Il y a une seule façon de choisir les 4 as et de les placer dans le jeu.
Il faut encore choisir une carte parmi les 32 restantes.
Il y a donc 32 jeux de 5 cartes contenant les 4 as.

b) On fait trois tas de cartes :

① Un tas avec les 4 as.

② Un tas avec les 4 rois.

③ Un tas avec les 28 cartes restantes

3.61 20 2 3MCP

Le nombre de possibilités est alors donné par :

$$C_2^4 \cdot C_2^4 \cdot C_1^{28}$$

choix des deux as

choix des deux rois

$C_1^{28} = 28$ choix d'une carte parmi 28

c) Tous les jeux possibles se répartissent dans les cinq catégories suivantes :

a) 0 as parmi les 5 cartes

b) 1 as et 4 autres cartes

c) 2 as et 3 autres cartes

d) 3 as et 2 autres cartes

e) 4 as et 1 autre carte

$\boxed{3.26.20}$ 3 — 3MCP

a) C_5^{32} : choix de 5 cartes parmi 32

b) $C_1^4 \cdot C_4^{32}$

choix de l'as — choix des 4 autres cartes parmi celles qui restent

c) $C_2^4 \cdot C_3^{32}$

d) $C_3^4 \cdot C_2^{32}$

e) $C_4^4 \cdot C_1^{32}$

La réponse peut s'écrire de deux façons :

$$C_5^{36} - C_5^{32}$$

ou $C_1^4 \cdot C_4^{32} + C_2^4 \cdot C_3^{32} + C_3^4 \cdot C_2^{32} + C_4^4 \cdot C_1^{32}$

3MCP

3.6.22

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3

Dans chacune des 13 cases, on peut placer trois symboles : 1, x ou 2.

Les symboles peuvent être répétés.

La solution est donc : 3^{13}

3.6.23

Le jet d'une pièce de monnaie répété vingt fois peut être vu comme un mot de vingt lettres composé des deux lettres P et F :

PPFFFFPFPFPPPPFFPFFF

Il y a 2^{20} mots de ce genre

$\boxed{3.6.23}_2$ 3MCP

Pour trouver le nombre de mots contenant exactement une fois pile, il faut choisir un emplacement parmi les 20 pour y placer le P. Tous les autres emplacements contiendront la lettre F.

Il y a donc $C_1^{20} = 20$ séquence contenant exactement 1 fois pile.

Pour répondre aux autres questions, on fait le même raisonnement :

4 fois pile : C_4^{20}

10 fois pile : C_{10}^{20}

20 fois pile : $C_{20}^{20} = 1$

3.6.24

3MCP

Parmi les 45 numéros écrits sur la feuille, il faut en choisir 6. L'ordre dans lequel on les choisit n'est pas important, seul le groupe des six est à considérer.

Il y a donc C_6^{45} façons de remplir une feuille de loterie à numéros.

Pour marquer six points, il faut avoir coché tous les six numéros qui sortent lors du tirage au sort (qui intervient après le remplissage de la feuille).

Il y a donc une seule façon de réaliser six points.

3.6.24 2

3MCP

Réaliser 0 point revient à ne cocher que des numéros qui ne seront pas choisis lors du tirage.

$45-6$

Il y a donc C_6^{39} possibilités.

Réaliser 3 points revient à cocher trois nombres parmi les 6 gagnants. Reste ensuite à cocher 3 nombres parmi les 39 perdants.

Ce qui nous fait $C_3^6 \cdot C_3^{39}$

façons de réaliser 3 points.

3MCP

3.6.25

a) C_3^{12} On choisit 3 boules parmi 12 sans tenir compte de l'ordre.

b) $12 \cdot 11 \cdot 10$ Il y a une boule à choix de moins après chaque tirage.

c) $12 \cdot 12 \cdot 12$ Il y a 12 boules à choix pour chaque tirage

3.6.26

On considère les trous laissés vides comme des pions d'une neuvième couleur. Il y a donc $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^5$ possibilités.

3.6.27

3MCP

a) Il s'agit de choisir 5 personnes parmi 40 sans tenir compte de l'ordre, vu que l'on forme un comité.

Il y a donc C_5^{40} comités.

b) Il y a C_3^{25} façon de choisir les trois dames. Reste à choisir deux hommes : C_2^{15}

Il y a donc $C_3^{25} \cdot C_2^{15}$ comités comprenant exactement 3 dames et 2 hommes.

3 | 6.27 | 2

3MCP

c) Un comité comprenant au moins trois dames peut comprendre:

① Exactement 3 dames (cf question b))

② Exactement 4 dames

③ Exactement 5 dames

Le nombre de comités du type ② se calcule comme suit:

$$C_4^{25} \cdot C_1^{15}$$

Nombre de comités du type ③:

$$C_5^{25}$$

Il y a donc $C_3^{25} \cdot C_2^{15} + C_4^{25} \cdot C_1^{15} + C_5^{25}$ comités comprenant au moins 3 femmes.

3.6.28

Pour la première équipe, on choisit deux personnes parmi sept, sans tenir compte de l'ordre. On a donc C_2^7 choix. Pour la deuxième équipe, il reste cinq personnes, donc C_2^5 choix.

On a finalement $\dfrac{C_2^7 \cdot C_2^5}{2}$ façons de choisir les deux équipes, car on ne tient pas compte de l'ordre dans le tirage de ces équipes !

3.6.31

a)

$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$
19	18	17

On peut donner le 1er billet à 19 étudiants, le 2ème à 18 et le 3ème à 17.

$\boxed{3.26.31}$ 2

3MCP

Il y a donc $19 \cdot 18 \cdot 17$ façons de distribuer les billets dans ce cas.

b)

1	2	3
19	19	19

Il y a, dans ce cas, 19^3 façons de distribuer les billets.

c) On doit choisir 3 étudiants parmi les 19 sans tenir compte de l'ordre. Il y a donc C_3^{19} distributions possibles.

d) On peut ici répéter le choix d'un étudiant: $\overline{C_3^{19}} = C_3^{21}$

3.6.32 3MCP

a) On schématise le compteur :

10	10	10	10	10

Il y a donc $10^5 = 100\,000$ séquences

b) On choisit 3 positions sans tenir compte de l'ordre pour y placer les "7" : C_3^5 Reste 2 emplacements libres pour lesquels il y a 9 possibilités chacun. Il y a donc $C_3^5 \cdot 9^2$ séquences.

c) On distingue les cas suivants :

1. Exact. 3 "7"
2. Exact. 4 "7"
3. Exact. 5 "7"

$\boxed{3.6.32}_2$ 3MCP

On a déjà calculé le nombre de possibilités du cas 1. Restent les cas 2 et 3 qui se traitent de manière analogue :

2 $C_4^5 \cdot 9$

3 $C_5^5 = 1$

Il y a donc $C_3^5 \cdot 9^2 + C_4^5 \cdot 9 + 1$ configurations possibles.

d) On soustrait au nombre total des cas le nombre des configurations sans le "7" :

$10^5 - 9^5$