$\boxed{1.2.34}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 7 & 1 \\ -1 & 3 & 9 & 3 \\ -5 & 3 & 5 & -1 \end{pmatrix} \overset{\text{Op. élémentaires}}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 10/3 & 4/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \langle A; B; C; D \rangle = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 10/3 \\ 4/3 \end{pmatrix} \right\rangle = S_1$$

On peut poser $S_2 = \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$

et on voit que $S_1 + S_2 = M_2(\mathbb{R})$

avec $S_1 \cap S_2 = \{0\}$. Donc $M_2(\mathbb{R}) = S_1 \oplus S_2$

et S_2 est un supplémentaire de S_1.

$$a\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 10/3 \\ 4/3 \end{pmatrix} = c\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\Downarrow$

$a = b = c = d = $

La matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 10/3 & 4/3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ est échelonnée/réduite. Les lignes forment donc une base de $\mathbb{R}^4 \cong M_2(\mathbb{R})$