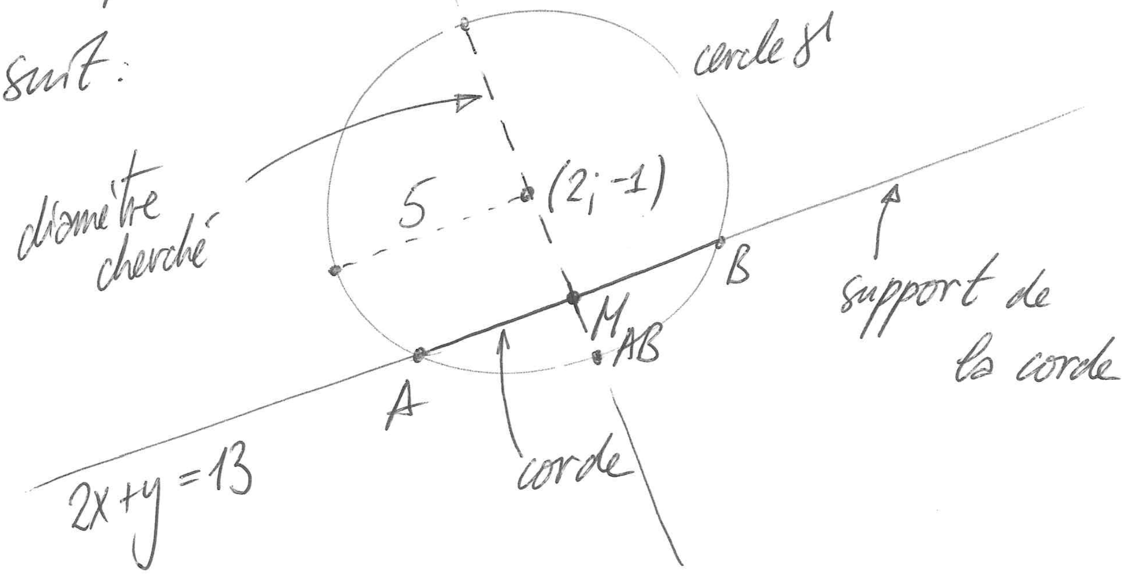
On peut schématiser la situation comme suit :



Le diamètre cherché passe par M_{AB} et par le point $(2; -1)$. Pour calculer M_{AB}, il nous faut les points A et B qui s'obtiennent en résolvant le système ci-dessous :

$$\begin{cases} 2x+y=13 & \Rightarrow y = 13-2x \\ (x-2)^2+(y+1)^2=25 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad x^2 - 4x + 4 + (13 - 2x + 1)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - 4x + 4 + (14 - 2x)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow \quad \cancel{x^2} - 4x + 4 + 196 - 56x + \cancel{4x^2} = 25$$

$$\Leftrightarrow \quad 5x^2 - 60x + 200 - 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 5x^2 - 60x + 175 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - 12x + 35 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow \quad A(7; -1) \qquad B(5; 3)$$

$$M_{AB} = (6; 1) \qquad \overrightarrow{CM_{AB}} = (4; 2)$$

Le vecteur $(4;2)$ est donc un vecteur directeur de la droite support du diamètre qui passe par M_{AB}.

L'équation de cette droite s'écrit donc :

$$2x - 4y + k = 0$$

Vu qu'elle passe par $(2;-1)$, on a :

$$2 \cdot 2 - 4 \cdot (-1) + k = 0 \Rightarrow k = -8$$

$\Rightarrow$ L'équation cherchée est :

$$2x - 4y - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2y - 4 = 0$$

N.B. On aurait pu calculer la perpendiculaire à d par $(2;-1)$ qui nous aurait donné la solution directement.