$\boxed{3.22}$

$$x^2-2x+y^2+4y=20$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-1)^2+(y+2)^2=25$$

$\Leftrightarrow \quad C(1;-2) \quad r=5$ (On devrait vérifier que A n'est pas sur le cercle...)

Calcul de l'équation de la polaire :

$$(6-1)(x-1)+(5+2)(y+2)=25$$

$$\Leftrightarrow \quad 5(x-1)+7(y+2)=25 \quad \Leftrightarrow \quad 5x-5+7y+14=25$$

$$\Leftrightarrow \quad 5x+7y=16$$

Intersection de la polaire avec le cercle :

$$\begin{cases} 5x+7y=16 \quad \Rightarrow \quad x=\dfrac{16-7y}{5} \\ (x-1)^2+(y+2)^2=25 \end{cases}$$

$$\left(\frac{16-7y}{5}-1\right)^2+(y+2)^2=25$$

$$\Leftrightarrow \quad (11-7y)^2+25(y+2)^2=625$$

$$\Leftrightarrow \quad 121-\cancel{154y}+\cancel{49y^2}+\cancel{25y^2}+\cancel{100y}+100=625$$

$$\Leftrightarrow \quad 74y^2-54y-404=0$$

$$\Leftrightarrow \quad 37y^2-27y-202=0 \quad \Leftrightarrow \quad y=-2 \quad y=\frac{101}{37}$$

$\boxed{3.22}_2$

$\Rightarrow$ Si $y = -2$, alors $x = \dfrac{16+14}{5} = 6$

$\Rightarrow$ $\boxed{T_1(6; -2)}$

$\Rightarrow$ Si $y = \dfrac{101}{37}$, alors $x = \dfrac{16 - 7 \cdot \frac{101}{37}}{5} = -\dfrac{23}{37}$

$\boxed{T_2\left(-\frac{23}{37}; \frac{101}{37}\right)}$

La <u>première tangente</u> : t_1 $\boxed{x = 6}$ est verticale et coupe le cercle en $(6; -2)$

La <u>seconde tangente</u> : t_2 est la droite passant par A et T_2. On peut utiliser la méthode "magique" :

$$\left(-\frac{23}{37} - 1\right)(x-1) + \left(\frac{101}{37} + 2\right)(y+2) = 25$$

$$\Leftrightarrow -60x + 60 + 175y + 350 = 25 \cdot 37$$

$$\Leftrightarrow 60x - 175y + 515 = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{12x - 35y = -103} \quad t_2$$

On a trouvé les deux points et les équations des deux tangentes