a) $x^2+y^2=9$

b) $(x-2)^2+(y+3)^2=49$

c) $(x-6)^2+(y+8)^2=r^2$

avec $r=\|\vec{OC}\|=\sqrt{36+64}=10$

$\Rightarrow (x-6)^2+(y+8)^2=100$

d) $(x+1)^2+(y-2)^2=r^2$

avec $r=\|\vec{AC}\| = \|(-3;-4)\| = \sqrt{9+16}$
$=\sqrt{25}=5$

$\Rightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=5$

e) $M_{AB} = \dfrac{A+B}{2} = \dfrac{(2;8)}{2} = (1;4)$

est le centre du cercle cherché:

$\Rightarrow (x-1)^2+(y-4)^2=r^2$

avec $r=\|\vec{BM_{AB}}\| = \|(2;-2)\| = \sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\Rightarrow (x-1)^2+(y-4)^2=8$

f) Rayon = distance $((0;0);d)$

On se rappelle de la formule suivante :

$$\text{dist.}((x_0;y_0);d) = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

si d est la droite d'équation

$$ax+by+c=0$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{|3\cdot 0 - 4\cdot 0 + 20|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{20}{5} = 4$$

L'équation du cercle cherché est donc :

$$x^2+y^2=16$$

g) $\text{dist.}(C; d) = \dfrac{|5\cdot 1 - 12\cdot(-1) + 9|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}}$

$= \dfrac{26}{13} = 2$ donne le rayon.

$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$

est l'équation cherchée.

h) Le centre est de la forme

$C(x; 3x-2)$

vu qu'il appartient à la droite d.

Il faut donc que

$\|\overrightarrow{AC}\|^2 = \|\overrightarrow{BC}\|^2$

$$\vec{AC} = (x-3\,;\,3x-2-1) = (x-3\,;\,3x-3)$$

$$\vec{AB} = (x-(-1)\,;\,3x-2-3) = (x+1\,;\,3x-5)$$

La condition $\|\vec{AC}\|^2 = \|\vec{AB}\|^2$ s'écrit :

$$(x-3)^2 + (3x-3)^2 = (x+1)^2 + (3x-5)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \cancel{10x^2} - 24x + 18 = \cancel{10x^2} - 28x + 26$$

$$\Leftrightarrow \quad 4x = 8 \quad \Leftrightarrow \quad x = 2$$

$$\Rightarrow \quad C(2\,;\,4) \text{ et } r = \|\vec{AC}\| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{10}$$

L'équation cherchée est donc :

$$(x-2)^2 + (x-4)^2 = 10$$

Pour trouver le centre, on aurait aussi pu déterminer la médiatrice m_{AB} du segment AB et faire l'intersection de cette droite avec la droite d.

$\overrightarrow{AB} = (-4; 2) \Rightarrow m_{AB} : -4x + 2y + k = 0$

Soit M_{AB} le milieu de AB : $M_{AB} = \left(\frac{3-1}{2}; \frac{3+1}{2}\right)$

$\Rightarrow M_{AB} = (1; 2)$

$\Rightarrow -4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + k = 0$

$\Rightarrow k = 0 \quad \Rightarrow m_{AB} : -4x + 2y = 0$

$-2x + y = 0$

On résoud ensuite le système

$$\begin{cases} -2x+y=0 \\ 3x-y-2=0 \end{cases} \Rightarrow y=2x$$

$$\Rightarrow 3x-2x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$\Rightarrow y=4$$

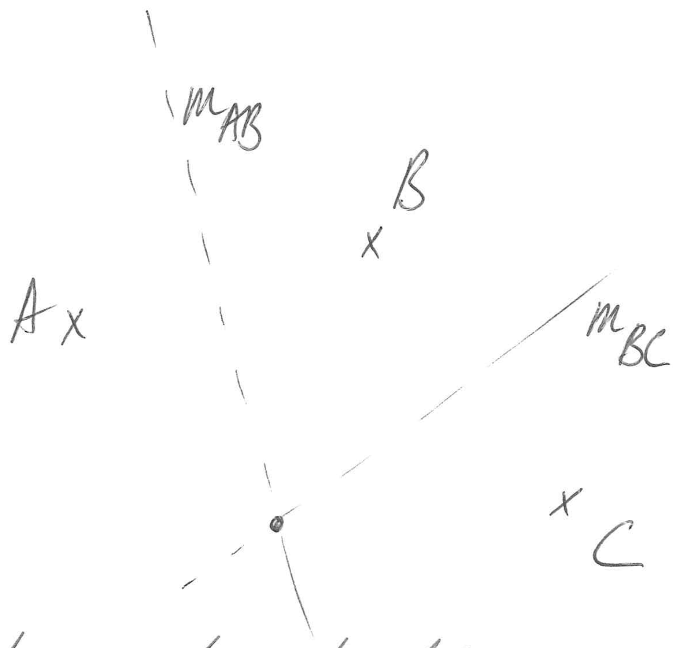
Le point $C(2;4)$ est donc le centre du cercle cherché.

$$\|\vec{AC}\| = \left\|\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

L'équation du cercle est donc bien

$$(x-2)^2+(y-4)^2=10$$

i)



Le centre du cercle cherché se trouve à l'intersection des deux médiatrices m_{AB} et m_{BC}.

$\vec{AB} = (0; -2)$ $\quad \vec{BC} = (1; 1)$

$\Rightarrow m_{AB}: \; 0 \cdot x - 2y + k = 0$. Cette droite passe par $M_{AB} = \frac{A+B}{2} = (1; 0)$, le milieu de AB.

$\Rightarrow \quad k = 0 \quad$ car $\; 0 \cdot 1 - 2 \cdot 0 + k = 0$

$\Rightarrow m_{AB}: \; -2y = 0 \iff y = 0$

$\Rightarrow m_{BC} : x + y + k = 0$

Cette droite passe par $M_{BC} = \frac{B+C}{2} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$,

le milieu de BC.

$\Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{1}{2} + k = 0 ; \quad \frac{2}{2} + k = 0$

$k = -\frac{2}{2} = -1$

$\Rightarrow m_{BC} : x + y - 1 = 0$

Reste à calculer $m_{AB} \cap m_{BC}$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Le centre du cercle cherché est donc

$K(1;0)$

On calcule encore le rayon:

$$\|\vec{KC}\| = \|(1;0)\| = \sqrt{1^2+0^2} = \sqrt{1}$$
$$= 1$$

L'équation du cercle cherché est donc:

$$(x-1)^2 + y^2 = 1$$