

$$d_1: (3a-1)y = -(a-1)x - (4a-4)$$

$$\boxed{a \neq \frac{1}{3}}$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{a-1}{3a-1}x - \frac{4a-4}{3a-1}$$

$$d_2: (2a-1)y = -(2a-2)x - (4a-7)$$

$$\boxed{a \neq \frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{2a-2}{2a-1}x - \frac{4a-7}{2a-1}$$

Si $a = \frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{2}$, les droites ne sont ni parallèles, ni confondues, ni perpendiculaires.

a) $d_1 \parallel d_2$ si les deux pentes sont les mêmes.

$$\frac{a-1}{3a-1} = \frac{2a-2}{2a-1} \Leftrightarrow (a-1)(2a-1) = (2a-2)(3a-1)$$

$$\Leftrightarrow (a-1)(2a-1) - (2a-2)(3a-1)$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 - 5a + 1 = 0 \Leftrightarrow (a-1)(4a-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = 1 \text{ ou } a = \frac{1}{4}$$

$$\text{Si } a = 1, \text{ on a } d_1: 2y = 0 \Leftrightarrow y = 0$$

$$d_2: y - 3 = 0 \Leftrightarrow y = 3$$

Les droites sont, dans ce cas, parallèles
mais pas confondues.

$$\text{Si } a = \frac{1}{4},$$

$$d_1: y = -\frac{\frac{1}{4} - 1}{\frac{3}{4} - 1}x - \frac{-3}{\frac{3}{4} - 1} = -3x - 12$$

$$d_2: y = -\frac{\frac{1}{2} - 2}{\frac{1}{2} - 1}x - \frac{-6}{\frac{1}{2} - 1} = -3x - 12$$

Les droites sont confondues.

c) $d_1 \perp d_2$ On doit avoir des

pentés inverses et opposées:

$$-\frac{2-1}{3a-1} = \frac{2a-1}{2a-2}$$

$$\Leftrightarrow -(a-1)(2a-2) = (2a-1)(3a-1)$$

$$\Leftrightarrow 8a^2 - 9a + 3 = 0$$

$$\Delta = 81 - 4 \cdot 8 \cdot 3 = 81 - 96 = -15$$

d_1 et d_2 ne sont jamais perpendiculaires.