

Si $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, on a

$$A(\theta) = 2 \cos \theta \cdot \sin \theta$$

ou que $\cos \theta, \sin \theta \geq 0$ pour ces valeurs de θ .

Vu que $2 \cos \theta \sin \theta = \sin(2\theta)$,

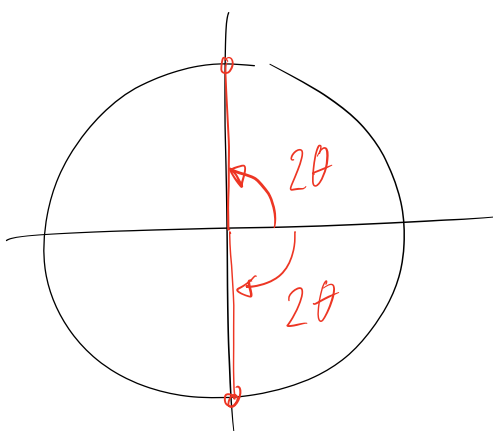
$$A(\theta) = \sin(2\theta)$$

$$\text{Ainsi, } A'(\theta) = 2 \cos(2\theta)$$

$$\text{et } A''(\theta) = -4 \sin(2\theta)$$

$$A'(\theta) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos(2\theta) = 0$$

$$\text{et } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$



$$\Leftrightarrow 2\theta = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\text{et } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$


$$\Leftrightarrow \theta = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \quad \left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4} \right)$$

$$\text{et } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\theta = \frac{\pi}{4}}$$

Pour vérifier qu'il s'agit d'un maximum,
on calcule $A''\left(\frac{\pi}{4}\right)$:

$$\begin{aligned} -4 \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) &= -4 \sin \frac{\pi}{2} \\ &= -4 < 0 \end{aligned}$$

Vu que $A''\left(\frac{\pi}{4}\right) < 0$, la fonction
est concave pour $\theta = \frac{\pi}{4}$: 

Il s'agit bien d'un maximum.

Les dimensions sont donc:

$$2 \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$$

$$\text{et } \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$