2MR

$\boxed{2.8.19}$

Les tangentes aux graphes de f et g sont parallèles au point d'abscisse x $\Leftrightarrow$ $f'(x) = g'(x)$

Pour trouver x, il faut donc résoudre l'équation $f'(x) = g'(x)$ dans l'intervalle $[0; 2\pi]$.

2MR

$\boxed{2.8.20}$

Le point où la courbe coupe l'axe Oy est le point d'abscisse 0 ($x=0$).

On doit donc résoudre l'équation

$$f'(0) = \frac{3}{2} \quad \text{si } f(x) = \sqrt[3]{1-mx}$$

Pour le faire, on calcule $f'(x)$:

$$f'(x) = -\frac{m}{3(1-mx)^{2/3}}$$

et on résoud l'équation...

2MR

$\boxed{2.8.21}$

① $x=2$ est A.V.
~~A.H.~~ $\Bigg\}\Rightarrow c=0$ & $d=1$

② Passe par $P(1;-2)$

$$\Rightarrow \frac{1^2+a\cdot 1+6}{1-2}=-2$$

③ La pente de la tangente en $P(1;-2)$ vaut -5 :

$$\left(\frac{x^2+ax+6}{x-2}\right)'=\frac{x^2-4x-2a-6}{(x-2)^2}=g(x)$$

On obtient l'autre éq. : $\boxed{g(1)=-5}$

$\boxed{2.8.22}$

2MR

$g(x) = x+4$, la tangente au point d'abscisse $x=-1$

$\Rightarrow$ Le graphe de f passe par $(-1; g(-1))$

$\Rightarrow \boxed{f(-1) = g(-1)}$ ($1^{ère}$ équation)

La pente de la tangente est égale à la pente de g, soit 1.

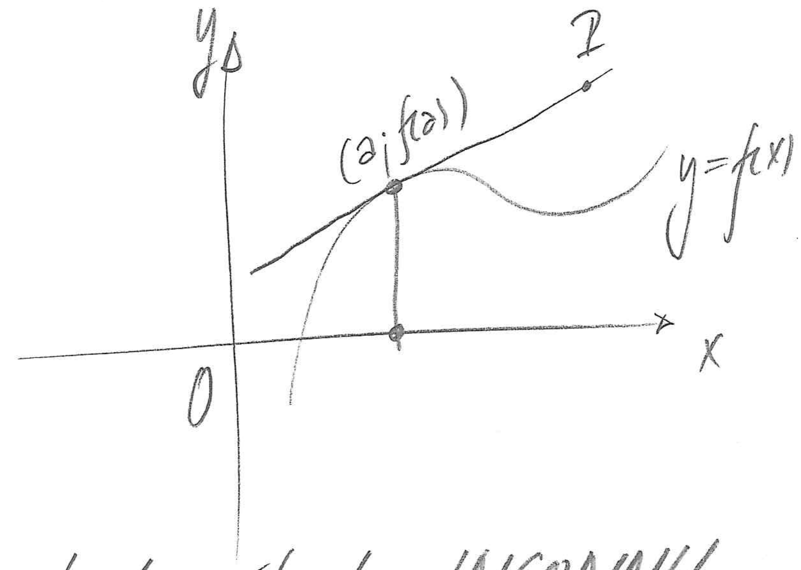
$\Rightarrow \boxed{f'(-1) = 1}$ ($2^{ème}$ équation)

On résoud le système de deux équations à deux inconnues...

2.8.23

2MR

a)



Le point de contact étant INCONNU, on désigne par a son abscisse. Les coordonnées de ce point sont donc $(a; f(a))$

L'équation de la tangente est de la forme $y = f'(a) \cdot x + f(a) - f'(a) \cdot a \quad (*)$

Elle passe par $P(5; 9)$

$\Rightarrow \quad 9 = f'(a) \cdot 5 + f(a) - f'(a) \cdot a$

Sachant que $f(a) = a^2$, $f'(a) = 2a$, on résoud l'équation et on injecte les valeurs dans $(*)$ pour trouver les éventuelles équations.

N.B. Pour le b), même principe...

$\boxed{2.8.24}$ 2MR

$\boxed{\text{tangente :}}$ $y = f'(a)\cdot x + f(a) - f'(a)\cdot a$

$f'(a) = 3a^2 + 2a$

$\Rightarrow \quad y = (3a^2 + 2a)\cdot x + a^3 + a^2 - (3a^2 + 2a)\cdot a$

$\boxed{\text{passe par l'origine :}}$

$(0;0)$ est sur la tangente :

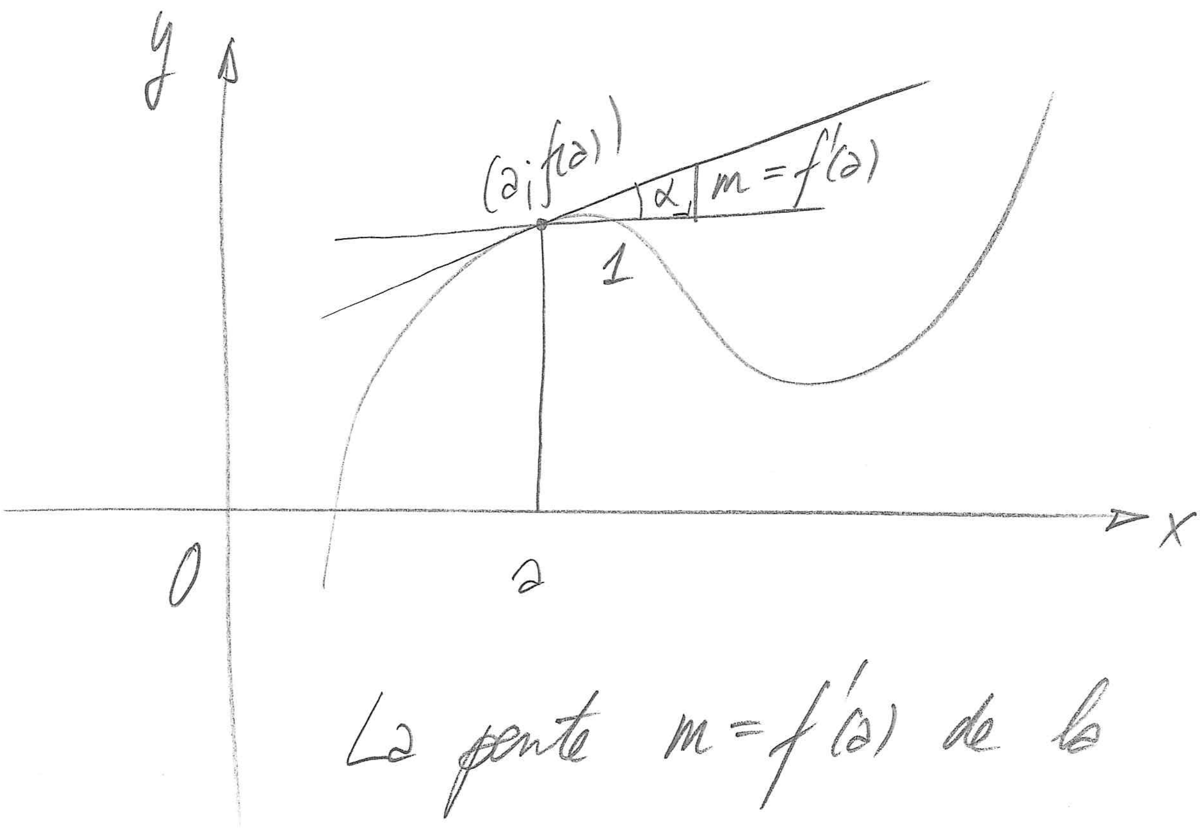
$0 = (3a^2 + 2a)\cdot 0 + a^3 + a^2 - (3a^2 + 2a)\cdot a$

Reste à résoudre cette équation...

2.8.25

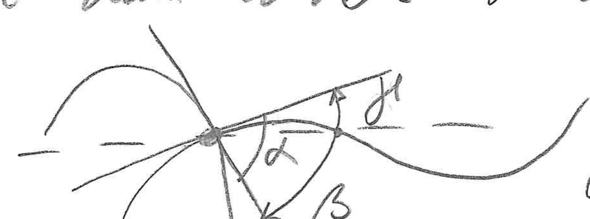
2MR

Méthode valable pour les questions a), b) et c) :



La pente $m = f'(a)$ de la tangente donne l'angle par rapport à l'horizontale : $\tan\alpha = \frac{m}{1} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(f'(a))$

L'angle entre deux courbes se calcule comme suit :



$\alpha = \gamma' - \beta$

$\boxed{2.8.26}$ 2MR

Posons $f(x) = x^3 + ax^2 + 6x$
$g(x) = x^2 - 6x$

On doit avoir $f(4) = g(4)$, les graphes des courbes se coupent au point d'abscisse 4.

On doit également avoir $f'(4) = g'(4)$, car les pentes des tangentes doivent être égales en ce point.

Il suffit alors de résoudre le système.

2MR

$\boxed{2.8.27}$

① $\sqrt{x} + k = \frac{x}{2} + 3$

② $\left(\sqrt{x} + k\right)' = \left(\frac{x}{2} + 3\right)'$

L'équation ② donne x et

l'équation ① permet de trouver k.

2MR

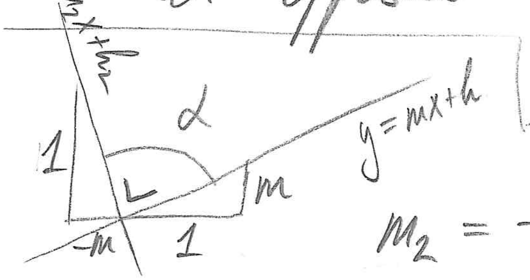
$\boxed{2.8.28}$

Il faut que les tangentes se coupent à angle droit au point d'intersection des graphes.

(1) Trouver le point d'intersection en résolvant l'équation $f(x) = g(x)$ (fournit x_0)

(2) Trouver a grâce au fait que les tangentes sont $\perp$

$\Longleftrightarrow$ leur pentes sont inverses et opposées: $f'(x_0) = -\dfrac{1}{g'(x_0)}$



$m_2 = -\dfrac{1}{m} \Longleftrightarrow \alpha = 90°$