$\boxed{2.4.9}_1$ 2M1R

a) $(u_n)_{n\geq 1}$ est minorée par 0 :

$\boxed{n=1}$ $u_1 = 2 > 0$ $\boxed{\checkmark}$

$\boxed{n\checkmark \Rightarrow (n+1)\checkmark}$ Supposons que $u_n > 0$

$\Rightarrow u_n + 1 > 0$

$\Rightarrow \dfrac{1}{u_n+1} > 0 \Rightarrow \dfrac{u_n}{u_n+1} > 0$

$\Rightarrow u_{n+1} > 0$ $\boxed{\checkmark}$

Montrons, de façon directe, que (u_n) est strictement décroissante : $u_n > 0 \ \forall n$

$\Rightarrow u_n + 1 > 1 \Rightarrow \dfrac{1}{u_n+1} < 1$

$\Rightarrow \dfrac{u_n}{u_n+1} < u_n \Rightarrow u_{n+1} < u_n$ $\square$

$\boxed{2.4.9}_2$ 2MR

b) La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge donc

$$\lim_{n\to\infty} u_{n+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{u_n}{u_n+1}$$

$$= \frac{\lim\limits_{n\to\infty} u_n}{\lim\limits_{n\to\infty} u_n + 1}$$

$$\Rightarrow u = \frac{u}{u+1} \quad \text{si } u = \lim_{n\to\infty} u_n$$

$$\Rightarrow u^2 + u = u \Rightarrow u^2 = 0 \Rightarrow u = 0$$

La suite converge vers 0.