$\boxed{2.4.10}$ 1 $\qquad\qquad$ 2HR

a) Par récurrence sur n :

$\boxed{n=1}$ $\qquad u_1 = 1 < 4$

$\boxed{n \checkmark \Rightarrow (n+1) \checkmark}$ $\qquad$ Supposons que $u_n < 4$

$$\Rightarrow \quad 12 + u_n < 12 + 4$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{12 + u_n} < \sqrt{16} = 4$$

$$\Rightarrow \quad u_{n+1} < 4 \qquad \boxed{\checkmark}$$

b) $u_{n+1}^2 - u_n^2 = \left(\sqrt{12+u_n}\right)^2 - u_n^2 =$

$$12 + u_n - u_n^2 = (4 - u_n)(3 + u_n)$$

Le signe de $(4-x)(3+x)$ est donné par:

	-3		4	
$-$	0	$+$	0	$-$

$\boxed{2.4.10}_2$ 2MR

On en déduit donc que si $x \in]-3;4[$,

$(4-x)(3+x) > 0$.

Vu que $0 < u_n < 4 \quad \forall\ n \geq 1$,

on a $u_{n+1}^2 - u_n^2 = (4-u_n)(3+u_n) > 0$

$\Leftrightarrow u_{n+1}^2 - u_n^2 > 0$

$\Leftrightarrow u_{n+1}^2 > u_n^2 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n$

$\Rightarrow (u_n)$ est croissance.

c) La suite (u_n) étant croissante et majorée, on peut calculer sa limite :

$u = \sqrt{12+u} \Rightarrow u^2 = 12+u$

$\Leftrightarrow u^2 - u - 12 = 0 \Leftrightarrow (u-4)(u+3) = 0$

$\Rightarrow \boxed{u=4}$ vu que $u > 0$.