$$\boxed{1.2.6}$$

(a) $\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB} \Rightarrow \vec{AB} = -\vec{OA} + \vec{OB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{CB} = \vec{OA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \vec{OA} + 0 \cdot \vec{OB}$

$\vec{FA} = \vec{OB} = 0 \cdot \vec{OA} + 1 \cdot \vec{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{EA} = \vec{EO} + \vec{OA} = \vec{OB} + \vec{OA} = \vec{OA} + \vec{OB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\frac{1}{2}\vec{EC} = \vec{ED} + \frac{1}{2}\vec{DO} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{OA}$

$= -\vec{OA} + \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OA} = -\frac{1}{2}\vec{OA} + \vec{OB}$

$\Rightarrow \vec{EC} = -\vec{OA} + 2\vec{OB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\vec{DB} = \vec{EA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\qquad \vec{OA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{EB} = 2\vec{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\qquad \vec{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

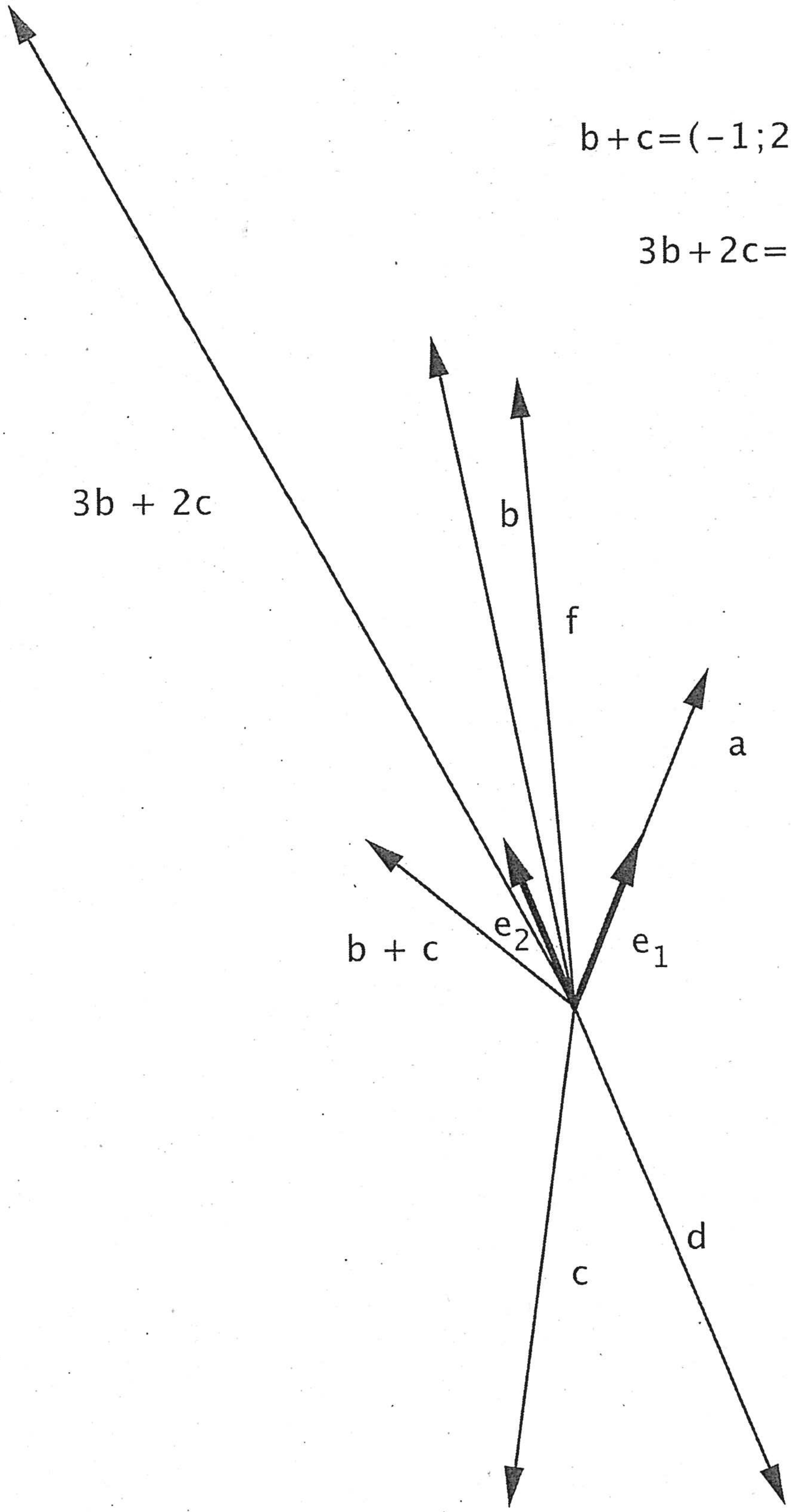
$\vec{OC} = \vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\qquad \vec{OD} = -\vec{OA} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{OE} = -\vec{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

1.2.7

$b+c=(-1;2)$

$3b+2c=(-1;7)$



$$\boxed{1.2.8}$$

(a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} 15 - 16 + \frac{1}{2} \\ -9 + 16 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 7 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} 5 - 8 + \frac{1}{4} \\ -3 + 8 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11/4 \\ 5 \end{pmatrix}$

(c) $-5 \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} - 8 \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} -25 - 12 - 4 \\ 15 + 12 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -41 \\ 27 \end{pmatrix}$

$\boxed{1.2.9}$

$$k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + m \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2k + 3m = 12 \\ 4k - 9m = -6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4k + 6m = 24 \\ 4k - 9m = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad 15m = 30 \quad \Rightarrow \quad m = 2$$

$$\Rightarrow \quad 2k + 6 = 12 \quad \Rightarrow \quad k = 3$$

$$\Rightarrow \quad 3\vec{a} + 2\vec{b} = \vec{c}$$

$$\boxed{1.2.10}$$

$$\frac{3}{4}\vec{b} - \frac{1}{8}\vec{a} - \frac{3}{8}\vec{a} = \frac{9}{120}\vec{x} + \frac{9}{10}\cdot\frac{5}{3}\vec{b} - 2\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a} = \frac{3}{40}\vec{x} + \frac{3}{2}\vec{b} - 2\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{40}\vec{x} = \frac{3}{4}\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{b} + 2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \vec{x} = \frac{40}{3}\left(-\frac{3}{4}\vec{b} + \frac{3}{2}\vec{a}\right)$$

$$\Leftrightarrow \vec{x} = \frac{40}{3}\left(-\frac{3}{4}\begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} + \frac{3}{2}\begin{pmatrix} -4 \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}\right)$$

$$= \frac{40}{3}\begin{pmatrix} -\frac{27}{20} - 6 \\ \frac{3}{8} + \frac{9}{8} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -98 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{1.2.11}$$

(a) $\vec{e_1} = 1 \cdot \vec{e_1} + 0 \cdot \vec{e_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{e_2} = 0 \cdot \vec{e_1} + 1 \cdot \vec{e_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

(b) On a $\vec{e_1} = \alpha_1 \cdot \vec{a} + \beta_1 \vec{b}$

$\vec{e_2} = \alpha_2 \cdot \vec{a} + \beta_2 \vec{b}$

On écrit ces relations dans la base $\mathcal{B}$:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \alpha_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \alpha_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \begin{cases} \alpha_1 + 2\beta_1 = 1 \\ \alpha_1 + 3\beta_1 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha_2 + 2\beta_2 = 0 \\ \alpha_2 + 3\beta_2 = 1 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \alpha_1 = 3 \,/\, \beta_1 = -1 \qquad \alpha_2 = -2 \,/\, \beta_2 = 1$$

$$\vec{e_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \vec{e_2} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\boxed{1.2.12}$

(a) $\vec{AB} = (1;0;0)$ $\vec{AC} = (1;1;0)$

$\vec{AD} = (0;1;0)$ $\vec{AE} = (0;0;1)$

$\vec{AF} = (1;0;1)$ $\vec{AG} = (1;1;1)$

$\vec{AH} = (0;1;1)$ $\vec{AM} = (1;1;1/2)$

$\vec{AS} = (1;\frac{1}{2};\frac{1}{2})$ $\vec{AR} = (1;1/2;0)$

$\vec{AK} = (\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2})$

(b) $\vec{AB} = (0;-1;0)$ $\vec{AC} = 2\vec{e}_3 - \vec{e}_2 = (0;-1;2)$

$\vec{AD} = (0;0;2)$ $\vec{AE} = (2;0;0)$ $\vec{AF} = (2;-1;0)$

$\vec{AG} = (2;-1;2)$ $\vec{AH} = (2;0;2)$ $\vec{AM} = (1;-1;2)$

$\vec{AS} = (1;-1;1)$ $\vec{AR} = (0;-1;1)$

$\vec{AK} = (1;-1/2;1)$

1.2.13

(a) $\vec{v} + 2\vec{a} = \vec{b} - 2\vec{c}$

$\Leftrightarrow \quad \vec{v} = \vec{b} - 2\vec{c} - 2\vec{a}$

$\Leftrightarrow \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 9-12 \\ 3+6+4 \\ -3-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 13 \\ -7 \end{pmatrix}$

(b) $5\vec{t} - \vec{a} = \frac{3}{2}\left(2\vec{c} - \frac{3}{2}\vec{t}\right) + \frac{5}{6}\vec{b}$

$\Leftrightarrow \quad 5\vec{t} - \vec{a} = 3\vec{c} - \frac{9}{4}\vec{t} + \frac{5}{6}\vec{b}$

$\Leftrightarrow \quad 5\vec{t} + \frac{9}{4}\vec{t} = \vec{a} + 3\vec{c} + \frac{5}{6}\vec{b}$

$\Leftrightarrow \quad \frac{29}{4}\vec{t} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{5}{6}\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \quad \frac{29}{4}\vec{t} = \begin{pmatrix} 33/3 \\ -17/2 \\ 7/2 \end{pmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{t} = \begin{pmatrix} 44/29 \\ -34/29 \\ 14/29 \end{pmatrix}$