$\boxed{1.2.14}$ 11

b) On cherche 3 nombres $x, y, z \in \mathbb{R}$

t.q. $\vec{v} = x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b} + z \cdot \vec{c}$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 11 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11 = 2x + 3y \\ 1 = 3x - z \\ 1 = -y + 2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11 = 2x + 3y + 0z & \mid -3 \\ 1 = 3x + 0y - z & \mid 2 \\ 1 = 0 \cdot x - y + 2z & \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11 = 2x + 3y + 0z \\ -31 = -9y - 2z \\ 1 = -y + 2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ y - 2z = -1 \\ 9y + 2z = 31 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ y - 2z = -1 \\ 20z = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ y - 2z = -1 \\ z = 2 \end{cases}$$

$\boxed{1.2.14}_2$

$$\begin{cases} 2x+3y=11 \\ y=3 \\ z=2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x=11-9=2 \\ y=3 \\ z=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=3 \\ z=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{v} = \vec{a} + 3\vec{b} + 2\vec{c}$$

c) $$\begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 21 \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+3z=0 \\ x+y+2z=-7 \\ -x+y=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+3z=0 \\ y+z=7 \\ 3y+3z=21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+3z=0 \\ y+z=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y-3z \\ y=7-z \\ z=z \end{cases}$$

$\boxed{1.2.14}_3$

$$\begin{cases} x = -2(7-z) - 3z \\ y = 7 - z \\ z = z \end{cases} \iff \begin{cases} x = -z - 14 \\ y = -z + 7 \\ z = z \end{cases}$$

On peut aussi écrire:

$$\begin{cases} x = -t - 14 \\ y = -t + 7 \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

En effet, l'une des variables est "libre"; on peut choisir sa valeur.

On peut donc écrire la combinaison linéaire:

$$\vec{v} = -(t+14) \cdot \vec{a} - (t-7)\,\vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$\boxed{1.2.14}_4$

d) $\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = x \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + z = 7 & \big| \; 1 \\ x + 7y + 3z = 3 & \big| \; -2 \\ x - 5y - z = 4 & \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 7y + 3z = 3 & \\ -15y - 5z = 1 & \big| \; 4 \\ 12y + 4z = -1 & \big| \; 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 7y + 3z = 3 \\ -15y - 5z = 1 \\ 0 = -1 \; \lightning \end{cases}$$

Le système n'admet pas de solutions..

Il n'y a pas de combinaisons linéaires de $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ qui donnent $\vec{v}$.