
Corrigé de l'exercice 2.3.1

a) On considère les deux polynômes

$$A(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 5 \quad \text{et} \quad B(x) = x - 5$$

Effectuer la division de A par B :

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 - 8x^2 + 16x - 5 & x - 5 \\
 -x^3 + 5x^2 & \\
 \hline
 -3x^2 + 16x & \\
 3x^2 - 15x & \\
 \hline
 x - 5 & \\
 -x + 5 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

b) On considère les deux polynômes

$$A(x) = x^5 - x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 3x - 1 \quad \text{et} \quad B(x) = x^2 + 2x - 1$$

Effectuer la division de A par B :

$$\begin{array}{r|l}
 x^5 - x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 3x - 1 & x^2 + 2x - 1 \\
 -x^5 - 2x^4 + x^3 & \\
 \hline
 -3x^4 - 3x^3 + 2x^2 & \\
 3x^4 + 6x^3 - 3x^2 & \\
 \hline
 3x^3 - x^2 + 3x & \\
 -3x^3 - 6x^2 + 3x & \\
 \hline
 -7x^2 + 6x - 1 & \\
 7x^2 + 14x - 7 & \\
 \hline
 20x - 8 &
 \end{array}$$

c) On considère les deux polynômes

$$A(x) = x^4 - 3x^3 + x - 5 \quad \text{et} \quad B(x) = x^2 - 3$$

Effectuer la division de A par B :

$$\begin{array}{r|l}
 x^4 - 3x^3 + x - 5 & x^2 - 3 \\
 -x^4 + 3x^2 & \\
 \hline
 -3x^3 + 3x^2 + x - 5 & \\
 3x^3 - 9x & \\
 \hline
 3x^2 - 8x - 5 & \\
 -3x^2 + 9 & \\
 \hline
 -8x + 4 &
 \end{array}$$

d) On considère les deux polynômes

$$A(x) = 35x^3 + 47x^2 + 13x + 1 \quad \text{et} \quad B(x) = 5x + 1$$

Effectuer la division de A par B :

$$\begin{array}{r} 35x^3 + 47x^2 + 13x + 1 \quad | \quad 5x + 1 \\ - 35x^3 \quad - 7x^2 \\ \hline 40x^2 + 13x \\ - 40x^2 \quad - 8x \\ \hline 5x + 1 \\ - 5x - 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

e) On considère les deux polynômes

$$A(x) = x^8 + x^4 + 1 \quad \text{et} \quad B(x) = x^2 - x + 1$$

Effectuer la division de A par B :

$$\begin{array}{r} x^8 \quad \quad \quad + x^4 \quad \quad \quad + 1 \quad | \quad x^2 - x + 1 \\ - x^8 + x^7 - x^6 \\ \hline x^7 - x^6 \\ - x^7 + x^6 - x^5 \\ \hline - x^5 + x^4 \\ x^5 - x^4 + x^3 \\ \hline x^3 \\ - x^3 + x^2 - x \\ \hline x^2 - x + 1 \\ - x^2 + x - 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

f) On considère les deux polynômes

$$A(x) = x^7 - 4x^6 + 2x^5 + x^4 - 3x^2 + 2x - 6 \quad \text{et} \quad B(x) = x^5 - 3$$

Effectuer la division de A par B :

$$\begin{array}{r} x^7 - 4x^6 + 2x^5 + x^4 - 3x^2 + 2x - 6 \quad | \quad x^5 - 3 \\ - x^7 \quad \quad \quad + 3x^2 \\ \hline - 4x^6 + 2x^5 + x^4 \quad + 2x \\ 4x^6 \quad \quad \quad - 12x \\ \hline 2x^5 + x^4 \quad - 10x - 6 \\ - 2x^5 \quad \quad \quad + 6 \\ \hline x^4 \quad \quad \quad - 10x \end{array}$$

g) On considère les deux polynômes

$$A(x) = x^8 - x^4 + 1 \quad \text{et} \quad B(x) = 2x^5 + 1$$

Effectuer la division de A par B :

$$\begin{array}{r|l} x^8 - x^4 & + 1 \\ -x^8 & - \frac{1}{2}x^3 \\ \hline & -x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 1 \end{array}$$

h) On considère les deux polynômes

$$A(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2 + 5x \quad \text{et} \quad B(x) = x + 2$$

Effectuer la division de A par B :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & - 3x^3 + 2x^2 + 5x \\ -x^5 - 2x^4 & \\ \hline & -2x^4 - 3x^3 \\ & 2x^4 + 4x^3 \\ \hline & x^3 + 2x^2 \\ & -x^3 - 2x^2 \\ \hline & 5x \\ & -5x - 10 \\ \hline & -10 \end{array}$$

i) On considère les deux polynômes

$$A(x) = \frac{2}{5}x^4 - \frac{3}{4}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x \quad \text{et} \quad B(x) = -\frac{3}{5}x$$

Effectuer la division de A par B :

$$\begin{array}{r|l} \frac{2}{5}x^4 - \frac{3}{4}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x & \\ -\frac{2}{5}x^4 & \\ \hline & -\frac{3}{4}x^3 \\ & \frac{3}{4}x^3 \\ \hline & \frac{1}{2}x^2 \\ & -\frac{1}{2}x^2 \\ \hline & -\frac{2}{3}x \\ & \frac{2}{3}x \\ \hline & 0 \end{array}$$

j) On considère les deux polynômes

$$A(x) = 3x + 2x^2 - 5 + x^3 \quad \text{et} \quad B(x) = -1 + x^2 - 2x$$

Effectuer la division de A par B :

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 2x^2 + 3x - 5 & \\ -x^3 + 2x^2 + x & \\ \hline & 4x^2 + 4x - 5 \\ & -4x^2 + 8x + 4 \\ \hline & 12x - 1 \end{array}$$