

TC 2.2

Corrigé de

1MR

$$\frac{1}{x+1} - \frac{x}{1+x} + \dots$$

$$2) \quad \frac{x+1}{1-x} \cdot \frac{1}{x-1} = - \frac{x+1}{(x-1)^2}$$

$$\underline{x-1 - (1+x)}$$

$$\frac{(x+1)(x-1)}{x} \cdot \frac{1}{x+1} = \frac{-2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x+1}$$

$$= \frac{-2}{x(x+1)^2(x-1)}$$

$$\rightarrow \frac{-2}{x(x+1)^2(x-1)} - \frac{x+1}{(x-1)^2} \cdot \frac{x(x+1)^2}{x(x+1)^2} =$$

$$\frac{-2(x-1) - x(x+1)^3}{x(x+1)^2(x-1)^2} = \frac{-2x+2 - x(x^3 + 3x^2 + 3x + 1)}{x(x+1)^2(x-1)^2} =$$

$$\frac{-x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 3x + 2}{x(x+1)^2(x-1)^2} =$$

$$\frac{-(x^2 + 2x - 1)(x^2 + x + 2)}{x(x+1)^2(x-1)^2}$$

$$6) \quad (x+1)^2 (x+1)^2 (x-1)^2 =$$

$$(x+1)^2 (x^2-1)^2 = (x^2+2x+1)(x^4-2x^2+1) =$$

	x^2	$2x$	1	
x^4	x^6	$2x^5$	x^4	
$-2x^2$	$-2x^4$	$-4x^3$	$-2x^2$	
1	x^2	$2x$	1	

$$x^6 + 2x^5 - x^4 - 4x^3 - x^2 + 2x + 1$$

$$c) \quad x^3 - 4x^2 - 7x + 10 = (x+2)(x+6)(x+c) = P(x)$$

$$\rightarrow abc = 10 = 1 \cdot 2 \cdot 5$$

$$P(1) = 1 - 4 - 7 + 10 = 11 - 11 = 0$$

$$(x-1)(x+2)(x+6) = (x^2 + (2-1)x - 2)(x+6) =$$

$$x^3 + (2-1)x^2 - 2x +$$

$$6x^2 + (2-1)6x - 26 = x^3 + (2+6-1)x^2$$

$$+ ((2-1)6 - 2)x - 26$$

(2)

On doit donc avoir:

$$x^3 + (2+6-1)x^2 + ((2-1)6-2)x - 26 =$$

$$x^3 + (-4) \cdot x^2 + (-7) \cdot x + 10$$

Par comparaison des coefficients, on écrit le système ci-dessous:

$$2+6-1 = -4$$

$$26 - 6 - 2 = -7$$

$$-26 = 10$$

La dernière ligne donne l'idée de poser $2=2$ / $6=-5$. On voit facilement que ces deux nombres vérifient également les deux autres équations. Finalement :

$$x^3 - 4x^2 - 7x + 10 = (x-1)(x-5)(x+2)$$

$$d) \frac{x+1}{x^2+2x+1} - \frac{x-1}{x^2-2x-3} =$$

$$\frac{x+1}{(x+1)(x+1)} - \frac{x-1}{(x+1)(x-3)} =$$

$$\frac{(x+1)(x-3) - (x-1)(x+1)}{(x+1)^2(x-3)} =$$

$$\frac{(x+1)[(x-3) - (x-1)]}{(x+1)^2(x-3)} = \frac{(x+1)(-2)}{(x+1)^2(x-3)}$$

$$e) \frac{4}{10} (125y^9 - 8x^6) =$$

$$\frac{4}{10} (5y^3 + 2x^2)(25y^6 + 10x^2y^3 + 4x^6)$$

(4)

f) $x^2 - 0,3x - 0,1 =$

$$(x - 0,5)(x + 0,2)$$

g) $x^3 + 2x^2 - 4x - 5$

On observe que $(x+1)$ est un diviseur de

$$x^3 + 2x^2 - 4x - 5 \text{ car } (-1)^3 + 2(-1)^2 - 4(-1) - 5 = 0.$$

On développe le polynôme ci-dessous:

$$(x+1)(x+2)(x+6) =$$

$$x^3 + [(2+1)+6]x^2 + [2 + (2+1)6]x + 26$$

On résoud le système:

$$2+6+1 = 2 \rightarrow 2 = 1-6$$

$$26+2+6 = -4$$

$$\overbrace{26}^{26} = -5 \rightarrow (1-6) \cdot 6 = -5$$

$$\Rightarrow 6-6^2 = -5 \Leftrightarrow 6^2 - 6 - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2} = \begin{cases} \sim 2,791 \\ \sim -1,791 \end{cases}$$

On peut finalement factoriser le polynôme (dans \mathbb{R}_{+}) :

$$x^3 + 2x^2 - 4x - 5 =$$

$$(x+1)\left(x + \frac{1+\sqrt{21}}{2}\right)\left(x + \frac{1-\sqrt{21}}{2}\right) \approx$$

$$(x+1)(x+2,791)(x-1,791) =$$

$$x^3 + 2,0 \cdot x^2 - 3,998681 \cdot x - 4,998681$$